



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación

Trabajo de Fin de Grado

**Análisis ontosemiótico
del concepto del
ángulo de cuarto curso
de Educación Primaria**

Alumno/a: Manuel Jesús Bejarano Bueno

Tutor/a: D. Ángel Contreras De la Fuente

Dpto.: Didáctica de las Ciencias

Mayo, 2018

Índice

1. Introducción.....	6
1.1. ¿Qué es la didáctica?.....	6
1.2. ¿Qué es la geometría?	6
1.3. ¿Qué es la didáctica de la geometría?	8
2. Marco teórico.....	9
3. Objetivos didácticos del TFG	14
4. Metodología.....	15
5. Análisis ontosemiótico	16
6. Cuestionarios y resultados	21
6.1. Cuestionarios previos	21
6.1.1. ¿Qué es para ti un ángulo?.....	22
6.1.1.1. Elaboración	22
6.1.1.2. Resultados.....	22
6.1.2. Los problemas de los ángulos y sus variables	23
6.1.2.1. Elaboración	24
6.1.2.2. Resultados.....	26
6.2. Cuestionarios finales	28
6.2.1. ¿Qué es para ti un ángulo?.....	28
6.2.1.1. Resultados.....	28
6.2.2. Los problemas de los ángulos y sus variables	29
6.2.2.1. Resultados	29
7. Significado implementado.....	29
7.1. Lunes, 2 de abril	29
7.2. Martes, 3 de abril.....	30

7.3. Miércoles, 4 de abril.....	31
7.4. Jueves, 5 de abril.....	33
7.5. Viernes, 6 de abril	33
7.6. Lunes, 9 de abril.....	34
7.7. Martes, 10 de abril.....	34
7.8. Jueves, 12 de abril.....	35
7.9. Viernes,13 de abril	35
8. Plan de mejora	37
9. Conclusiones.....	39
10. Referencias Bibliográficas.....	40
11. Anexos	41

Índice de figuras e ilustraciones

Figura 1 Triángulo pedagógico.	6
Figura 2 Explicación del ángulo.....	7
Figura 3: Tipos de significados institucionales y personales	10
Figura 4 Configuración de objetos primarios	11
Figura 5. Configuración de objetos y procesos	12
Figura 6 Componentes de la idoneidad didáctica.....	13
Figura 7 Explicación de los tipos de líneas rectas.....	31
Figura 8 Medida de ángulos respecto un ángulo llano	32
Ilustración 1 Concepto previo del ángulo.....	23
Ilustración 2 Explicación del primer tipo	26
Ilustración 3 Explicación del segundo tipo	27
Ilustración 4 Explicación del tercer tipo.....	27
Ilustración 5 Explicación del cuarto tipo.....	28
Ilustración 6 Explicación del ángulo tras la explicación	28
Ilustración 7 Curiosidad del alumnado.....	32
Ilustración 8 Instrucciones de cómo medir un ángulo	33
Ilustración 9 Explicación basándose en los tipos de ángulos	34
Ilustración 10 Suma de dos ángulos conjuntos.....	35
Ilustración 11 Actividad lúdica del entorno que les rodea	38
Ilustración 12 Gráfico de sectores	39

Resumen

Este trabajo de fin de grado consiste en el desarrollo de un análisis ontosemiotico (EOS). Este método teórico busca articular diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en Educación Matemática. Después de contextualizarlo en un marco teórico específico, el proyecto se centrará en los ángulos. Una vez introducido, será explicado de una forma detallada las acciones que se han llevado a cabo en el aula. Posteriormente, los resultados obtenidos de los cuestionarios iniciales y finales, serán expuestos. Por último, se plantearán propuestas de mejora en el proceso de enseñanza-aprendizaje junto a una breve conclusión de la experiencia en el aula.

Palabras clave

Ángulo, región angular, enfoque ontosemiótico, entidades primarias, idoneidad didáctica, geometría, análisis ontosemiótico.

Abstract

This end-of-degree Project consists on the develop of a deep onto-semiotic analysis (EOS). This theoretical method aim to articulate several approaches and models used in Mathematics education. After contextualizing it into a specific theoretical scenario, the project will be focused on the angles. Once it has been introduced, it will be explained in a detailed way, the actions which has been done inside the classroom. After that, obtained results, related to initial and final questionnaires, will be exposed. Finally, with those results, purposes to improve during the teaching-learning process will be formulated with a short conclusion of the classroom experience.

Key words

Angle, angular region, ontosemiotic perspective, primary entity, epistemic aptitude, geometry, ontosemiotic test.

1. Introducción

Basándonos en el método deductivo, se va a plantear tres cuestiones muy importantes para entender de la mejor manera posible este trabajo de fin de grado. Es decir, partiendo de lo más básico, como es la didáctica en general; posteriormente, vamos a conocer qué es la geometría y como se entiende en educación primaria. Por último, con la ayuda de los dos conceptos anteriores, se indagará más concretamente sobre la didáctica de la geometría.

1.1. ¿Qué es la didáctica?

La Didáctica es un concepto que surge en la Alemania del siglo XVII, también conocida en la escuela del Imperio Austro-Húngaro como “*didaktik*” alemana. El significado que se le otorgó en dicho siglo afirmado por Hopmann y Riquarts (1995) en varios artículos compartidos en la revista *Journal of Curriculum Studies* fue “*el arte o estudio de la enseñanza*”.

No obstante, Juan Amós Comenio (1632) en su *Didáctica Magna*, presentó un sentido más amplio de dicho termino que se refiere “*a la necesidad de innovación educativa como medio para difundir y sistematizar la enseñanza, de modo que lo didáctico queda asociado desde un primer momento a la intervención y desarrollo de estrategias de enseñanza*”.

Según Domingo, J. y Pérez, M. (2015) la Didáctica o también llamada metodología que se emplea en el aula la entendemos de manera global como la buena armonía que integran el contenido, el alumno y el profesor.



Figura 1 Triángulo pedagógico.

1.2. ¿Qué es la geometría?

La Geometría empezó siendo un conjunto de reglas y conocimientos empíricos que eran obtenidos por vía experimental usados por constructores y mediadores de terrenos de los antiguos pueblos orientales. Los griegos la organizaron deductivamente, es decir, la geometría

se descompone en proposiciones más simples, llamadas *axiomas o postulados*. Además, también existen otros más sencillos que son los *conceptos primarios*.

Los conceptos primarios y, por lo tanto, los elementos más simples de la geometría son el punto, la recta y el plano. Dichos elementos, están ligados directa o indirectamente con todas las figuras geométricas que se forman en Geometría. Así pues, los conceptos primarios no se pueden definir, para ello se utilizan postulados o axiomas como los que propone Contreras (2017) en sus apuntes. “**Ax.I.3.-** Por dos puntos distintos pasa una recta y sólo una.” Nos damos cuenta que para referirse a una recta hace referencia a los puntos y por lo tanto son elementos. Otro postulado como el “**Ax. I.5.-** Si dos puntos de una recta están en un plano, todos los puntos de la recta lo están también”. También hace referencia a un plano dicho postulado. Por lo tanto, a través de los postulados anteriores deducimos los teoremas como, por ejemplo: “**Teorema 1:** Una recta y un punto exterior determinan un plano que pasa por ellos.”

Se puede decir que el ángulo está compuesto de dos rectas (r, s) que se cortan en un mismo punto (A) llamado vértice, que podría ser a su vez, la intersección de dos planos. Formando cuatro semirrectas (\overline{As} y \overline{Ar}) y además los ángulos comprendidos entre las semirrectas anexas, aunque en primaria se centrará en el ángulo comprendido en los puntos \widehat{BAC} .

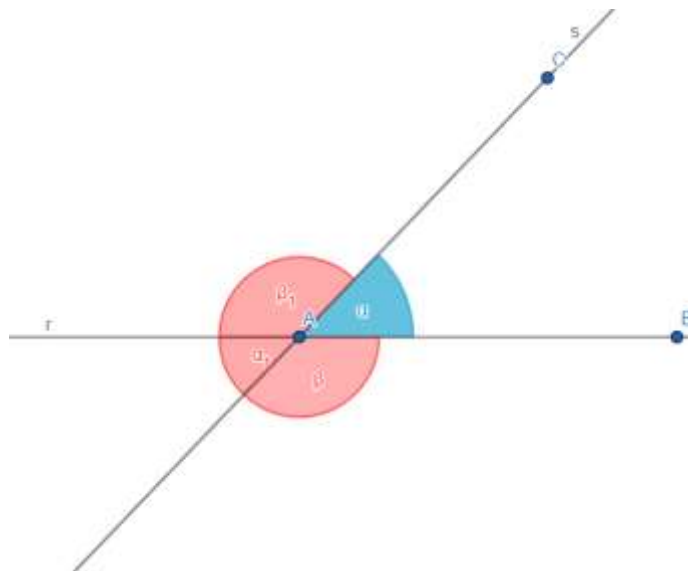


Figura 2 Explicación del ángulo

Posterior a la crítica que sufrió la Matemática en los siglos XIX y XX La edificación racional de la Geometría se funda modernamente en las siguientes normas:

1. Enunciar sin definición los conceptos primarios.
2. Admitir propiedades que relacionan estos conceptos, enunciando los axiomas correspondientes.
3. Deducir lógicamente las restantes propiedades o teoremas.

Así pues, una definición de Geometría según Contreras (2017) es: “La Geometría es la parte de la ciencia matemática que tiene por objeto el estudio de las propiedades de las figuras geométricas o gráficas, el de la medida de la extensión de esas figuras, el de sus formas y sus posiciones relativas y el de su representación.

Otros autores, la consideran como la *Matemática del espacio* expuesto por Alsina, Burgués y Fortuny (2015).

Además, la percepción espacial juega un papel fundamental en la geometría, puesto que ayuda a pensar en dos y en tres dimensiones. Anónimo (2011) la define como la capacidad que tiene el ser humano de ser consciente de su relación con el entorno en el espacio que nos rodea y de nosotros mismo en uno de sus artículos publicados en Cognifit¹.

1.3. ¿Qué es la didáctica de la geometría?

Tal y como lo menciona Contreras (2017) en sus apuntes de la Universidad de Jaén, la didáctica de la geometría estudia los procesos de enseñanza-aprendizaje de las figuras y cuerpos geométricos tanto en la práctica como en la teoría, adaptándose al ritmo y peculiaridades del aprendizaje de cada alumno.

Uno de los modelos de la didáctica de la geometría actual más conocidos es el modelo de razonamiento matemático de Van Hiele explicado por Coberán (1989) en su libro. Propone un modelo de estratificación de conocimiento humano en niveles que permiten categorizar los distintos grados de representación del espacio. Dichos niveles son enumerados de la siguiente manera:

¹ <https://www.cognifit.com/es/habilidad-cognitiva/percepcion-espacial>

Nivel 0 o básico: Los individuos perciben las figuras como un todo, sin reconocer ni partes ni propiedades entre ellas.

Nivel 1 o análisis: Los individuos analizan partes y propiedades de las figuras. Por lo tanto, el alumnado reconoce dichas propiedades de manera experimental.

Nivel 2 u orden: Los individuos determinan las figuras por sus propiedades. Se comprenden las primeras definiciones con sus partes constituyentes de manera clara, pero con ayuda.

Nivel 3 o deducción: Los individuos pueden desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad de otra por medio de la lógica y la reflexión.

Nivel 4 o rigor: Los individuos aceptan la necesidad lógica de un argumento deductivo y acepta una demostración contraria a la intuición si el argumento es válido.

2. Marco teórico

Para llevar a cabo el análisis del trabajo, se va a utilizar un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción de las Matemáticas. Puesto que dicho enfoque menciona que el conocimiento debe estar relacionado en todo momento con el proceso de enseñanza-aprendizaje que realiza el alumnado en las prácticas.

Así pues, es necesario estudiar en profundidad todas las relaciones existentes entre el pensamiento, el lenguaje matemático y las situaciones-problemas para su posterior resolución.

El punto de partida del EOS es la formulación de una ontología de objetos matemáticos a través de las prácticas matemáticas, que pueden ser efectuadas tanto por una persona, como por una institución o conjunto de personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas.

Por lo tanto, según la figura 1 (Godino, 2003, p. 141) se puede apreciar la diferencia de los significados institucionales de los personales.

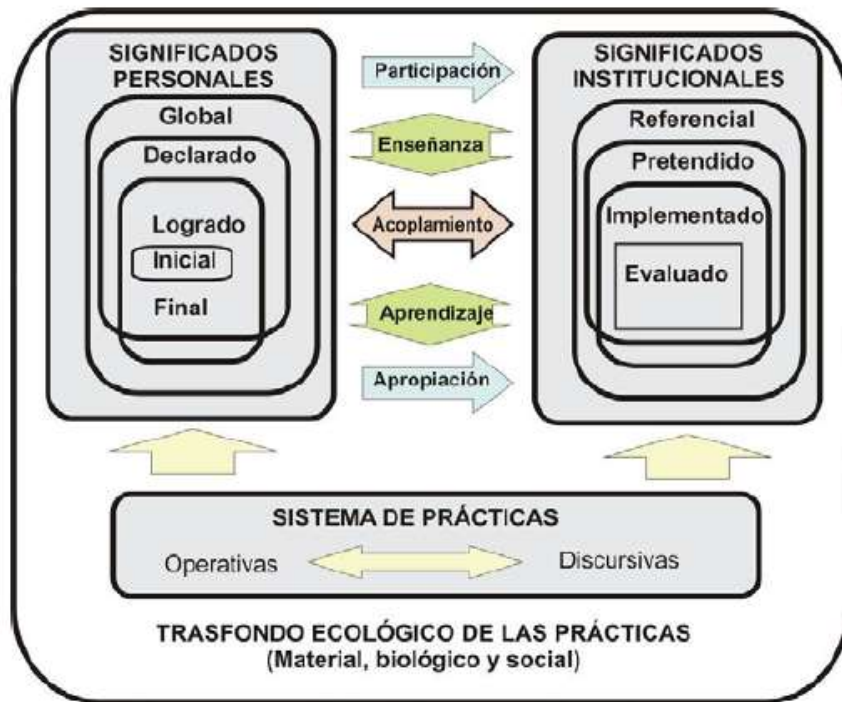


Figura 3: Tipos de significados institucionales y personales

En relación con los significados personales, las ideas se pueden enumerar de la siguiente manera:

- Global: corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales.
- Declarado: se denomina a las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, independientemente de que las respuestas sean correctas o incorrectas.
- Logrado: son todas aquellas prácticas manifestadas que cumplen con la pauta institucional establecida. A su vez se subdivide en los *significados iniciales*, previos a la explicación de la práctica, y los *finalmente adquiridos* una vez realizada.

Con respecto a los significados institucionales se destacan los siguientes tipos:

- Implementado: es un sistema de prácticas implementadas por el docente en un proceso de estudio específico.
- Evaluado: subsistema de prácticas que se utiliza para evaluar los aprendizajes.
- Pretendido: sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio.
- Referencial: sistema de prácticas que se usa para elaborar el significado pretendido.

Como se observa, ambos significados se complementan entre sí de manera progresiva, pues la relación entre la enseñanza y el aprendizaje hace que el alumnado se implique en las prácticas.

Además, para una buena realización e interpretación de la práctica matemática debemos de tomar en cuenta determinados conocimientos previos tal y como lo explica Font y Godino (2006) página 69, Figura 2.

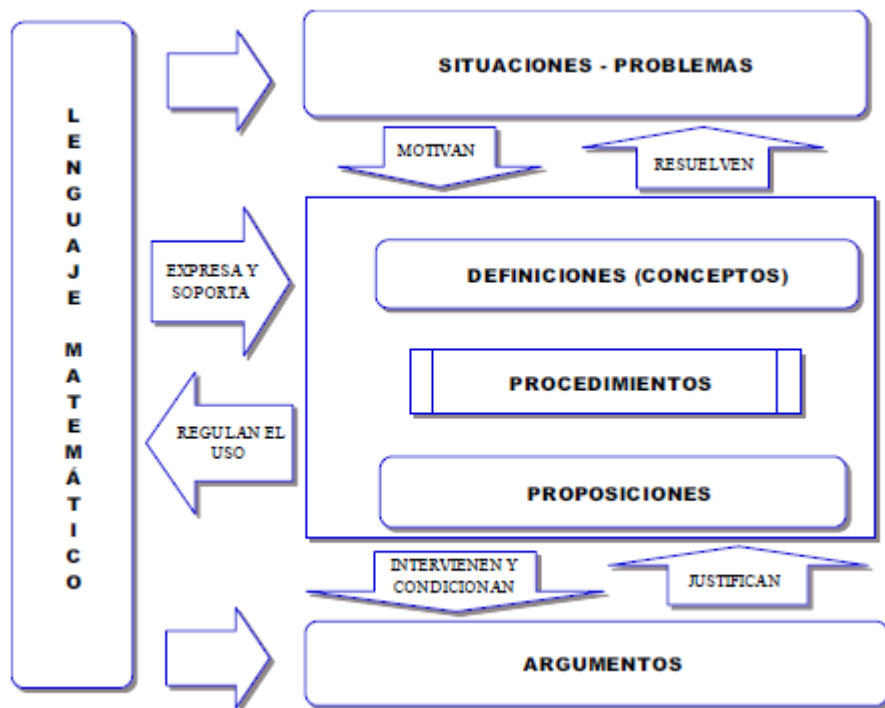


Figura 4 Configuración de objetos primarios

- Elementos lingüísticos: son aquellos términos, expresiones, grafías etc...., que se utilizan en sus diversos registros (oral, escrito, gestual...)
- Situaciones-problemas: pueden ser las aplicaciones extra-matemáticas, tareas, ejercicios, entre otras.
- Conceptos-definiciones: son las ideas que se perciben en cada situación-problema (recta, punto, ángulo, ...)
- Proposiciones: son las propiedades matemáticas (enunciados sobre conceptos, ...)
- Procedimientos: la técnica que se utiliza para resolver los elementos matemáticos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, ...)
- Argumentos: los razonamientos que se hacen (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos deductivos o de otro tipo, ...)

A dichos elementos, se le pueden asignar atributos contextuales según Godino (2002). Éste los diferenció en facetas o dimensiones duales. Dichos atributos son los siguientes:

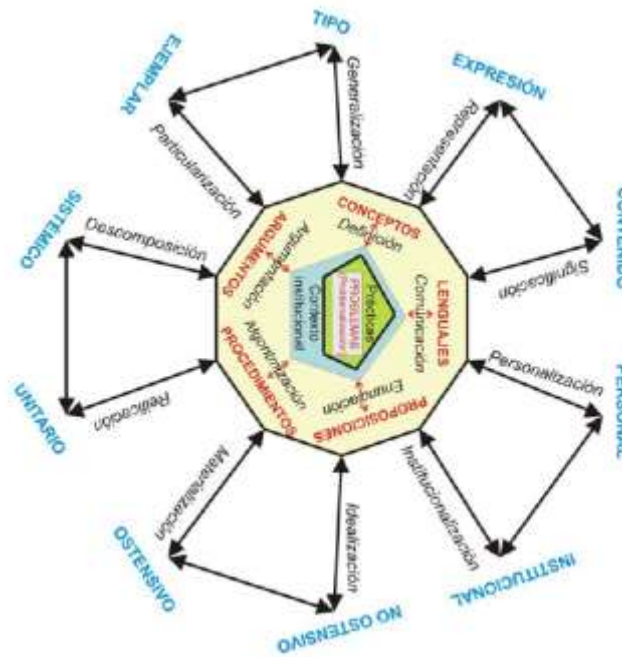


Figura 5. Configuración de objetos y procesos

- *Personal-institucional.* Los “objetos personales” son específicos de una persona, así pues, la “condición personal” es el resultado del pensamiento y la acción del sujeto individual”. Mientras que los “objetos institucionales” son los objetos que emergen de las practicas que son compartidas en el seno de una institución, por lo tanto, la “cognición institucional” es el resultado del dialogo, el convenio y la regulación en el seno de un grupo.
- *Ostensivo-no ostensivo.* Lo *ostensivo* es cualquier objeto que es público y se puede mostrar a otro, mientras que los objetos *no ostensivos* no se perciben por sí mismos como se puede dar en el caso de los objetos institucionales y personales. No obstante, dicha clasificación es relativa al juego de lenguaje en que participan.
- *Expresión-contenido.* Hay una relación que caracteriza a los objetos matemáticos, dicha relación se establece por medio de las funciones semióticas. Por lo tanto, se relaciona el *antecedente* (expresión, significante) con el *consecuente* (contenido, significado).
- *Extensivo-intensivo.* También conocido como *ejemplar-tipo*, dicha dualidad se utiliza para explicar una de las características básicas de la actividad matemática, por lo tanto, permite centrar la atención entre lo particular y lo general.

- *Unitario-sistemático*. Los objetos matemáticos participan como entidades. Estas entidades se clasifican en *unitarias* que se supone que son previamente conocidas; y las *sistemáticas*, que deben descomponerse para poder estudiarlas.

Por último, para evaluar toda la práctica matemática se va a recurrir a los criterios de idoneidad didáctica explicada por Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; Ramos y Font, 2008; que dividen la evaluación en las siguientes idoneidades:

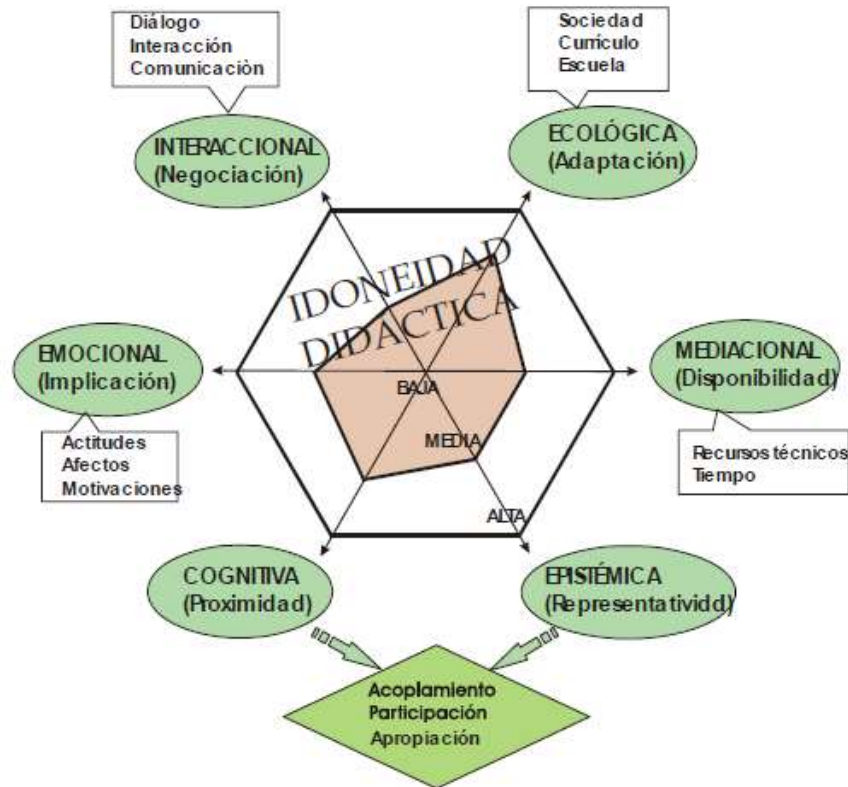


Figura 6 Componentes de la idoneidad didáctica

- *Idoneidad epistémica* que se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados, es decir, puede existir el aprendizaje por algoritmos o tener en cuenta diferentes tipos de situaciones e incluir la justificación.
- *Idoneidad cognitiva* que expresa el grado en que los significados pretendidos/implementados desarrollan el potencial del alumnado. Para mayor idoneidad, el profesor realizara todas las pruebas necesarias para obtener el mayor número de datos y poder adaptar la enseñanza al nivel medio del alumnado.

- *Idoneidad interaccional* cuya idoneidad será mayor si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori) y permitan resolver conflictos.
- *Idoneidad mediacional* que permite evaluar el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- *Idoneidad emocional* que representa el grado de implicación del alumnado en el proceso de estudio, es decir, el interés y la motivación que le genere al alumnado.
- *Idoneidad ecológica* que es el grado en el que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro.

Según Godino, Wilhelmi y Bencomo 2005, la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como “*la articulación coherente y sistemática de las seis idoneidades previamente citadas.*”

3. Objetivos didácticos del TFG

Este trabajo de fin de grado está orientado a la consecución de varios objetivos que se han de cumplir a lo largo del transcurso del mismo. Para ello, los objetivos pueden ser *objetivos generales*, referentes al propio trabajo; y *objetivos específicos*, surgidos de las explicaciones y la forma de llevar el tema de los ángulos en el aula.

A continuación, se van a enumerar los objetivos generales:

- a) Analizar el manual para profesores referente a la enseñanza del concepto del ángulo.
- b) Realizar un análisis ontosemiotico del libro de 4º de primaria sobre el concepto del ángulo.
- c) Plantearle un cuestionario previo y final al alumnado, para posteriormente ser comparados y extraer conclusiones.
- d) Tratar de eliminar en los alumnos conceptos erróneos referidos al ángulo
- e) Realizar una propuesta de mejora con actividades apropiadas para una mejor comprensión de los ángulos en Educación Primaria.

Posteriormente, los objetivos específicos referidos al desarrollo del tema en la clase con el alumnado, son los siguientes:

- a) Evaluar la explicación del tema referido a los ángulos con la ayuda de la idoneidad epistémica del EOS.
- b) Introducir al alumnado por medio de las TIC al concepto del ángulo.
- c) Intentar dar la clase lo más activa posible.
- d) Introducir al alumnado a los cuerpos geométricos tras la explicación previa del ángulo.

4. Metodología

La metodología según Pérez (2014) se define como los elementos sustantivos que integran el proceso de enseñanza-aprendizaje en función de las demandas que plantea el triángulo integrado por contenidos, alumno y profesor.

Gracias a los conocimientos adquiridos en la universidad años atrás, el método utilizado según el tipo de razonamiento ha sido el *deductivo* donde el alumnado tenía que investigar desde lo general a lo particular. Se utilizó el *método intuitivo* que consistió en ofrecer los temas que responden a los intereses y experiencias de los alumnos. El método *activo* en las actividades propuestas fue el predominante, por lo tanto, el docente adoptó un método más *pasivo*.

La forma habitual de trabajo en la clase ha sido el aprendizaje por descubrimiento, pues en todo momento se les generaba cuestiones para que, con sus ideas previas, tal y como indica el EOS, el alumnado debía de argumentar lo que sabía y desarrollar su propio pensamiento, es decir, para que el alumnado sea el protagonista de su propio aprendizaje.

El alumnado, además, ha hecho uso de las TIC para reforzar el trabajo del profesorado y potencian su resultado propio. Algunas de las páginas web más dinámicas y utilizadas han sido Geogebra², entre otras. Ha sido un gran éxito trabajar con este modelo puesto que es muy eficaz. Mediante el juego, el alumnado es capaz de visionar la Geometría, la cual es muy abstracta en los cursos de Educación Primaria, y les permite ver los ángulos desde otra perspectiva elaborado por ellos mismos.

² <https://www.geogebra.org/?lang=es>

5. Análisis ontosemiótico

A continuación, se realizará un análisis ontosemiótico de las páginas referentes al libro de 4º de Educación Primaria publicadas en anexos. Según Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007) el análisis semiótico consiste en dividir en unidades la práctica matemática, cada unidad es una situación. Y cada situación, a su vez, consta de seis entidades primaria, que son las enumeradas más adelante:

- Situaciones-problemas
- Lenguajes matemáticos
- Conceptos-definición
- Proposiciones
- Procedimientos
- Argumentos



Situación-problema 1

Se observa la portada del tema, donde una profesora explica los diferentes trayectos de varios trenes, los trayectos están formados por líneas rectas y curvas. En la parte inferior de la página, hay un breve texto donde explica la principal diferencia entre ambas. Además, esta situación motiva al alumnado a investigar sobre la diferencia entre los conceptos de línea recta y línea curva tal y como nos muestra la ilustración.

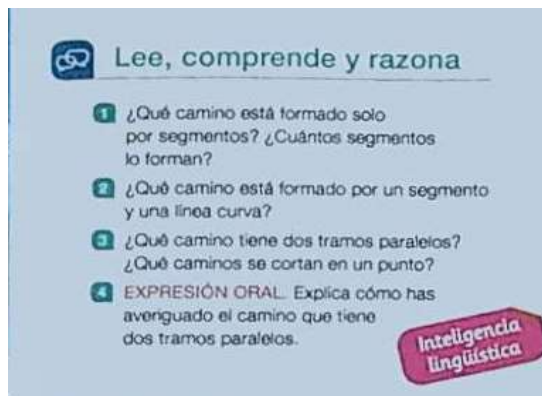
Elementos lingüísticos: aparece un lenguaje ilustrado por una fotografía como se puede observar en la ilustración anterior.

Conceptos-definición: las definiciones que aparecen en la ilustración son introductorias al tema, que son las siguientes: las rectas, segmentos, semirrectas, tipos de ángulos, vértices, secantes, paralelas, líneas rectas y curvas.

Proposiciones: se puede observar que los trenes que tienen en su trayecto más curvas, su recorrido será mayor. También podemos destacar y diferenciar las propiedades de la línea recta y curva en dicho esquema. Según Del Amo en su artículo de Smartick podemos diferenciarlas; la línea recta es una sucesión de puntos infinitos que sigue una misma dirección; sin embargo, la línea curva es una sucesión de puntos infinitos que cambia constantemente de dirección.

Procedimientos: se ha realizado una comparación entre la forma de las líneas curvas y las líneas rectas.

Argumentación: la imagen muestra un carácter ostensivo, porque mediante la imagen de los dos tipos de líneas (curva y recta), trata de ayudar al alumnado a construir el concepto y diferenciar los conceptos entre ambas líneas.



Lee, comprende y razona

- 1 ¿Qué camino está formado solo por segmentos? ¿Cuántos segmentos lo forman?
- 2 ¿Qué camino está formado por un segmento y una línea curva?
- 3 ¿Qué camino tiene dos tramos paralelos? ¿Qué caminos se cortan en un punto?
- 4 EXPRESIÓN ORAL. Explica cómo has averiguado el camino que tiene dos tramos paralelos.

Inteligencia lingüística

Situación-problema 2

Se puede observar una serie de preguntas, que están relacionadas con la situación-problema anterior, para que, sin introducirse en el tema, vayan recordando lo que saben con respecto a las rectas.

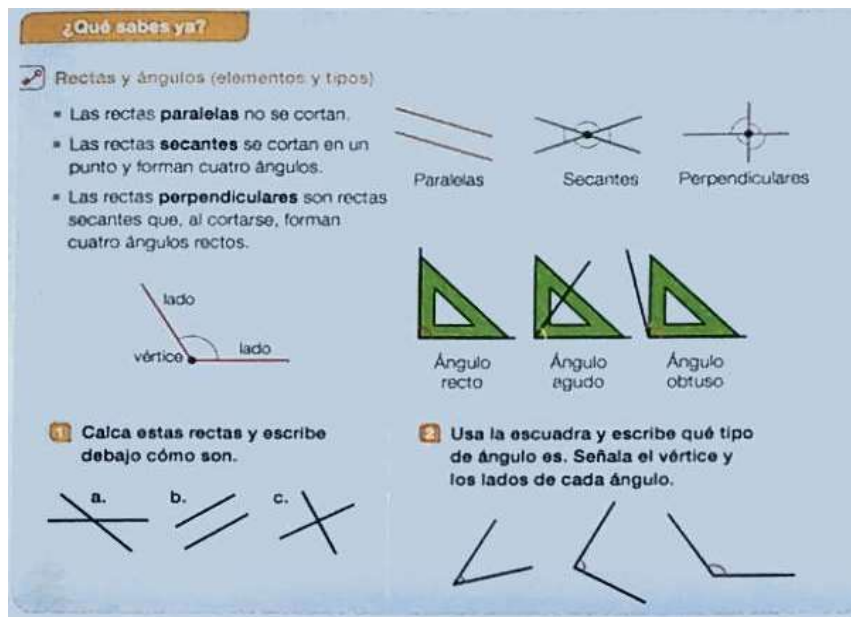
Elementos lingüísticos: el lenguaje que se ha utilizado ha sido el escrito y ha sido adaptado para los alumnos de cuarto curso, puesto que la editorial ha utilizado la explicación del concepto a su nombre. Además, utilizan un cuadrado en rosa, para destacar que se va a utilizar una inteligencia en uno de sus ejercicios.

Conceptos-definiciones: muchas de las definiciones ya están escritas en esta situación, además hay otras que no se aprecian a simple vista. Dichas definiciones son: segmento, línea curva, línea recta, paralelas, secantes, semirrectas.

Proposiciones: las líneas que se cortan se les denomina secantes, mientras que las líneas que nunca se cortan se les llaman paralelas. También, el segmento es una porción o parte perteneciente a cualquier recta.

Procedimientos: comparan las líneas secantes y las líneas paralelas para favorecer el aprendizaje del alumnado.

Argumentación: La argumentación utilizada en dicha situación-problema es la deductiva, puesto que, a través de las propiedades utilizadas, el alumnado debe de llegar a la idea o concepto oculto en el texto.



Situación-problema 3

En esta situación-problema se observa cuáles son los conceptos o ideas previas que ya el alumnado debería conocer de cursos anteriores, a la izquierda podemos ver las explicaciones referidas a las rectas y sus tipos, y a la derecha lo relacionado con los ángulos y sus tipos.

Elementos lingüísticos: el lenguaje que se ha utilizado es el escrito y el geométrico, además la editorial utiliza imágenes de instrumentos geométricos como así lo demuestra con la escuadra, para comparar los tipos de ángulos.

Conceptos-definiciones: las ideas que aparecen en la página mencionada a pesar de no estar visibles a simple vista son las rectas, semirrectas y segmentos. Los tipos de ángulos: agudo, recto y obtuso. Las líneas rectas que se cortan, llamadas secantes y las que forman cuatro ángulos de 90° son las perpendiculares; sin embargo, las que nunca se cortan se denominarían paralelas. Las semirrectas que tienen un punto en común constituyen lados, dicho punto se le llamaría vértice. También aparece el concepto de triángulo, más concretamente el triángulo rectángulo que lo forma la escuadra dibujada para poder diferenciar los tipos de ángulos.

Proposiciones: con las propiedades del triángulo rectángulo también se puede apoyar en los ángulos cuya suma es igual a 180° que explican el concepto de ángulos suplementarios. Por otro lado, los ángulos que suman 90° explicarían el concepto de ángulos complementarios. Además, se ayudan de la escuadra para comparar las tres propiedades de los tipos de triángulos.

Procedimientos: utilizan la escuadra para determinar el tipo de ángulo que forman. Para expresar que el ángulo recto mide igual que uno de los ángulos de la escuadra, el ángulo agudo mide menos que el ángulo recto de la escuadra y el ángulo obtuso mide más que el ángulo recto de la escuadra.

Argumentación: por ostensividad, puesto que el alumnado al visualizar las imágenes y al realizar sus comparativas, sabrá el tipo de ángulo que es.

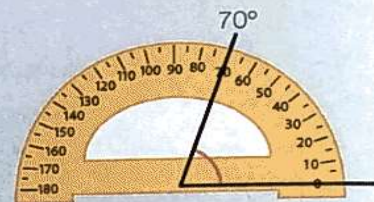
Medida de ángulos

Para medir ángulos utilizamos el transportador.
La medida de un ángulo se expresa en grados.

1 grado se escribe así: 1°

Observa cómo se mide un ángulo con el transportador:

- 1.º Coloca el transportador de forma que su centro coincida con el vértice del ángulo y uno de los lados del ángulo pase por 0° .
- 2.º Mira en el transportador el número por el que pasa el otro lado del ángulo. Ese número es su medida en grados.



El ángulo rojo mide 70 grados ► Mide 70° .

La medida de un ángulo se expresa en grados y se mide con el transportador.

En esta ilustración, la editorial pretende enseñar al alumnado, las reglas básicas para medir cualquier tipo de ángulo, por lo tanto, explican su procedimiento.

Elementos lingüísticos: para dicha explicación, se utiliza el lenguaje escrito que solo enumera dos reglas; además, utiliza una ilustración donde aparece un transportador de ángulos para formar un ángulo.

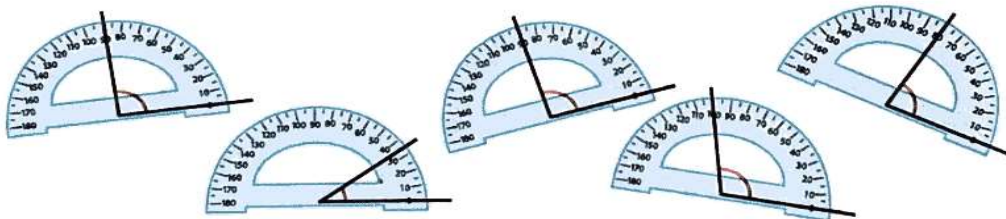
Conceptos-definiciones: el concepto que aparecen en esta explicación es el ángulo, no obstante, también están los componentes del ángulo, como son: las semirrectas, el vértice, los lados, el grado angular.

Proposiciones: podemos observar las propiedades del ángulo, es decir, un ángulo está formado por dos rectas que se cortan en un punto en común.

Procedimientos: son las reglas dadas por la editorial, siguiéndolas sucesivamente una detrás de otra, el alumnado podrá realizar la medición del ángulo correctamente.

Argumentación: se argumenta basándose en la imagen, por lo tanto, utiliza el argumento por ostensividad.

1 Observa los ángulos y contesta.

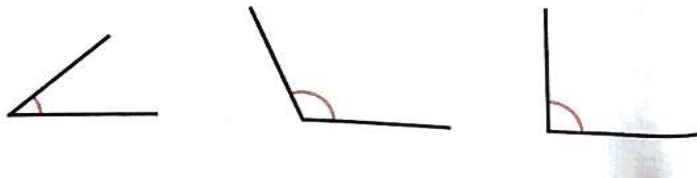


- ¿Cuántos ángulos rectos hay? ¿Cuántos grados mide cada uno?
- ¿Cuántos ángulos agudos hay? ¿Cuántos grados mide cada uno?
- ¿Cuántos grados mide el ángulo obtuso?

2 Mide con el transportador y escribe la medida de cada ángulo.

PRESTA ATENCIÓN

Si lo necesitas,
 prolonga los lados.



Situación-problema 5

Nos encontramos dos ejercicios que complementan lo enseñado e ilustrado en la situación-problema anterior, por lo tanto, el alumnado con la ayuda de estos, podrá ser capaz de hacer la medición de esta situación.

Elementos lingüísticos: utiliza el lenguaje escrito y el geométrico, ayudándose también del transportador de ángulos para determinar los ángulos.

Conceptos-definiciones: aparecen las semirrectas, los lados, las secantes, los vértices, la amplitud de ángulo y los tipos de ángulos (agudo, recto, obtuso y llano)

Proposiciones: la propiedad más representativa que existe en dicha situación-problema es la referente a la comparación entre ángulos, donde se destaca que el ángulo agudo va a ser siempre menor que el recto, este a su vez va a medir menos que cualquier obtuso y por último el ángulo llano.

Procedimientos: el ángulo llano coincide con la medida máxima del transportador, así pues, esta técnica de cálculo podría servir para diferenciarlo de cualquier otro ángulo menor.

Argumentación: argumentación por ostensividad tras visualizar la imagen dada.

6. Cuestionarios y resultados

En este apartado se van a mostrar los cuestionarios realizados en clase. Se han realizado dos tipos de cuestionarios que a su vez han sido utilizados dos veces. La primera fue al principio de la explicación y por lo tanto sirvió para obtener la información previa del tema a tratar. La segunda, y al finalizar el tema tratado, para poder comparar los resultados con el anterior cuestionario.

6.1. Cuestionarios previos

Los cuestionarios previos han sido realizados antes de la explicación de cualquier concepto relacionado con el tema a tratar. Los cuestionarios han servido para obtener una idea general del conocimiento que tenía la clase con respecto a los ángulos de los cursos anteriores. La geometría es abstracta; por tanto, requiere de una concentración y visión espacial específica; además, de dedicación y tiempo para su buena comprensión. Los cuestionarios que se han pasado al alumnado de cuarto de primaria han sido los siguientes:

6.1.1. *¿Qué es para ti un ángulo?*

Es el primer cuestionario que se pasa, este cuestionario tiene extensión libre. Donde el alumnado explica con sus propias palabras lo que entendía por el concepto de ángulo. A pesar de ser un concepto muy abstracto y poco usual en su aprendizaje, un alto porcentaje tiene una idea bastante cercana a la que utiliza un profesor de Matemáticas del colegio Mirasur en sus trabajos. El ángulo lo define como “*el espacio formado entre dos semirrectas que se unen en un punto en común.*”

6.1.1.1. *Elaboración*

Este cuestionario no requiere elaboración previa, puesto que se ha llevado a cabo mediante la cuestión generada en el aula de “¿Qué es para ti un ángulo?”

6.1.1.2. *Resultados*

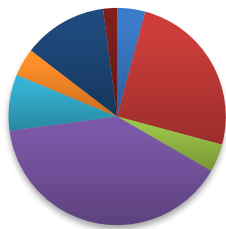
Los resultados han sido evaluados cualitativamente, puesto que no sería interesante poner nota a un contenido previo y, por tanto, poco fiable. El contenido previo, como bien indica Godino, Batanero y Font (2009) en su artículo referido al EOS, sirve para conocer los pensamientos que tiene el alumnado con respecto al contenido que se le va a presentar y, así pues, enfocar la explicación en clase con el objetivo de corregir las deficiencias que se encuentran en el cuestionario.

Para una mejor comprensión de los resultados, se ha decidido agrupar los resultados de ambos cursos. Teniendo pues, un total de cuarenta y ocho participantes encuestados entre dos clases. Los resultados obtenidos han sido muy diversos y se han agrupado de la siguiente manera:

Hay dos alumnos que consiguen acercarse mucho a la idea que posteriormente se explica de ángulo, solo que no utilizan los términos adecuados, fruto del desconocimiento. No muy alejados de este concepto, seis alumnos utilizan las palabras “*línea curva*” para referirse a él, pero sin mucho éxito, pues se apoyan siempre en la ilustración. Otros seis alumnos saben de lo que se hablaba; pero, sin embargo, no saben explicarlo de una manera clara y concisa. Ellos lo ilustran con dibujos y señalan el ángulo, aunque a la hora de explicarlo se confunden. También, dos alumnos relacionan el ángulo con un elemento geométrico. Este dato resulta impactante, porque precisamente eran alumnos con altas capacidades. Se intuye, por lo tanto, que ambos relacionan el concepto con la geometría gracias a las explicaciones de la profesora de altas

capacidades. Un gran número de alumnos, más concretamente diecinueve, se confunden con otro concepto, el vértice. De ahí, que la explicación dada en el aula estuviera focalizada a diferenciar el ángulo del vértice. Además, cuatro alumnos lo definen como la forma de L que forman dos rectas al juntarse en un punto, refiriéndose pues, al ángulo recto y descartando el resto. Asimismo, dos alumnos definen el concepto como “una técnica matemática que se utiliza para medir desde una línea hasta otra”. Un total de seis alumnos no dicen nada en claro y, por último, una alumna no se presenta al cuestionario. Se adjunta un gráfico de sectores a continuación para visualizar mejor los datos.

Resultados a destacar del primer cuestionario



- Bastante cerca
- Saben lo que es pero no lo explican bien
- Elemento geométrico
- Confusión con el vértice
- Forma de L
- Técnicas matemáticas
- No dicen nada en claro
- No presentado

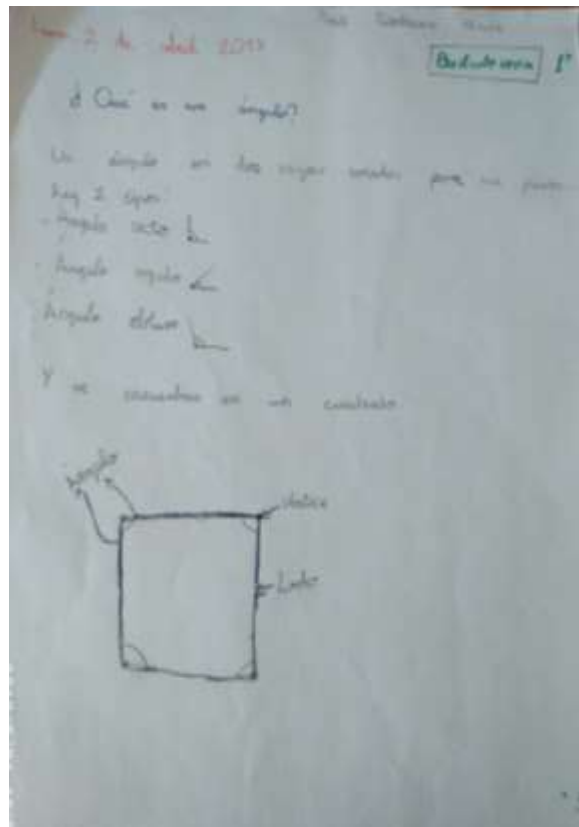


Ilustración 1 Concepto previo del ángulo

6.1.2. Los problemas de los ángulos y sus variables

Este cuestionario surge debido a la necesidad de explicar las variables de los ángulos para evitar confusiones en un futuro. Las variables generaron muchos problemas en clase y dichas confusiones producen unos resultados un poco alejados de las respuestas correctas, como era de prever.

6.1.2.1. *Elaboración*

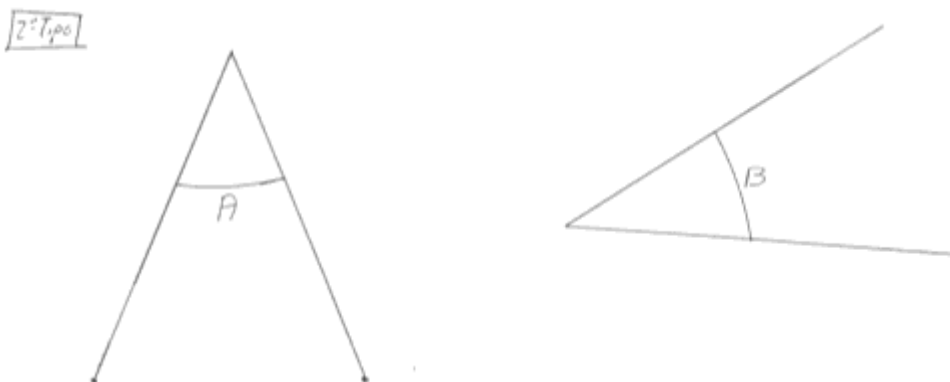
Este cuestionario ha sido elaborado para que, tras realizarlo, se corrijan los errores de manera grupal.

En la primera variable el alumnado debe de evitar la variable de la *superficie angular*. Podemos observar que la superficie del grado angular A es mayor a la superficie del grado angular B. Pero, aun así, ambos ángulos son idénticos, aunque a simple vista pueda parecer el A mayor al B, por lo tanto, la vista engañaría al alumnado.



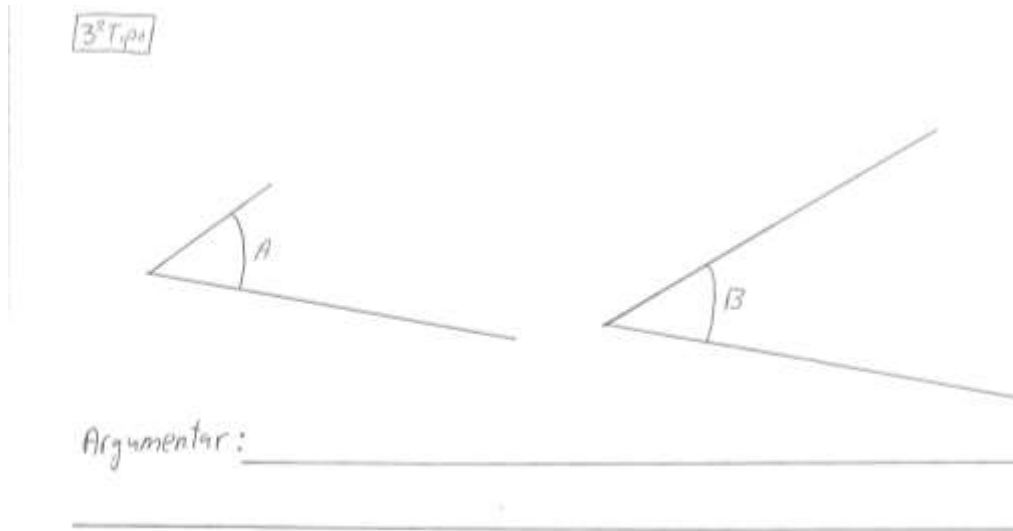
Argumentar: _____

A continuación, en la segunda variable, el problema que tendría que evitar el alumnado sería el de *posicionamiento del ángulo*. Puesto que, aun siendo ángulos idénticos, al estar en distintas posiciones podrían pensar que un ángulo podría mayor que otro.

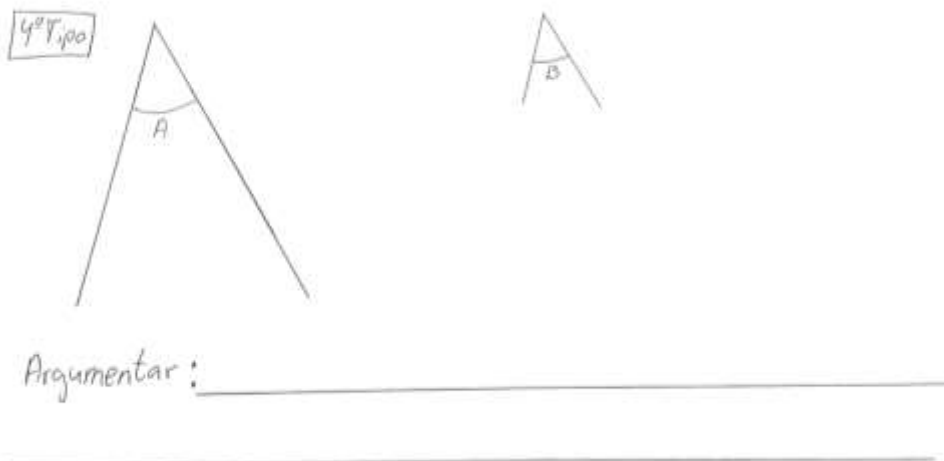


Argumentar: _____

Posteriormente, en el tercer y cuarto tipo, la variable que deberían evitar sería la *longitud de los lados*. En este tipo, el alumnado a simple vista y sin ayuda del transportador podría pensar que el ángulo B era más grande que el ángulo A. Puesto que, al representar la semirrecta más corta, el ángulo sería también más pequeño, sin darse anteriormente, que las semirrectas no se pueden medir y, por tanto, la longitud no influye.



Por ultimo, el cuarto tipo y siendo la variable la misma que en el anterior, el alumnado podría confundirse con la representación de las semirrectas en el dibujo y por lo tanto, elegir el ángulo A mayor que el ángulo B. Ya que al tener las semirrectas más cortas, puede dar la sensación de lejanía y por consiguiente, pensar que es más pequeño el ángulo.



6.1.2.2. Resultados

De un total de treinta y ocho encuestados, se ha destacado las respuestas correctas y las incorrectas, así como su argumentación.

En el primer tipo, podemos observar que aproximadamente el 25% de alumnos piensa que ambos ángulos son iguales a pesar de la distancia al vértice. Gran parte del alumnado, no saben cómo argumentarlo; pero otros, informan que lo han visto a simple vista o que a pesar de que el ángulo esté más subido y, por lo tanto, más alejado del vértice son iguales. Por otra parte, el resto del alumnado piensa que son diferentes, siendo su argumentación la lejanía del vértice o que las semirrectas son más largas en uno de los ángulos. La mayoría piensa que el A es más grande porque la superficie del ángulo es mayor, o como lo han denominado ellos: “más gordo”, “más ancho”, “ocupa más espacio” y “la zona de grados es mayor”.

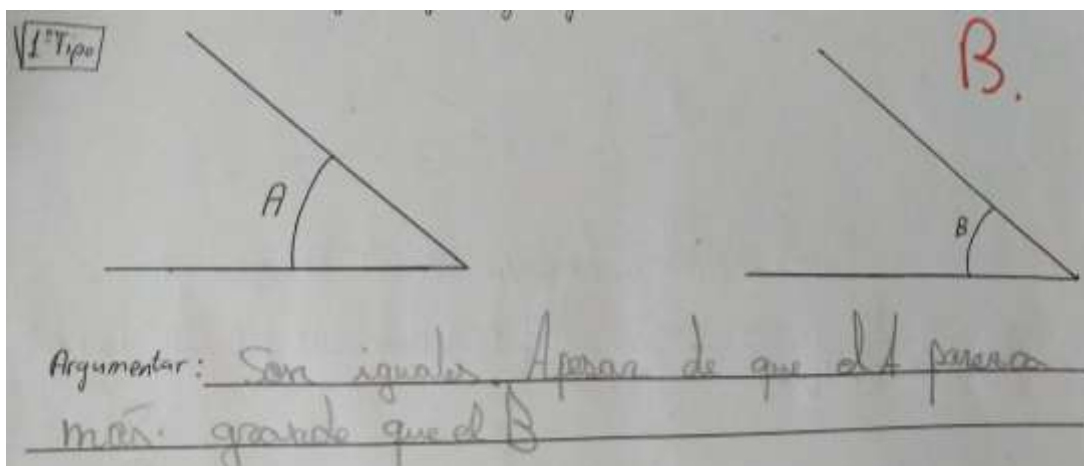


Ilustración 2 Explicación del primer tipo

En el segundo tipo, hay un mayor porcentaje de alumnos con la respuesta correcta, pues casi un 32% responde correctamente. Se argumenta de la siguiente manera: “a pesar de estar de otra manera o posición”, “uno de pie y otro de lado”, “uno tumbado y otro hacia arriba”. Hay algún que otro alumno que también se cerciora de su identidad girando el folio. Mientras que los alumnos que no responden bien, piensan que son diferentes y lo argumentan de la siguiente manera: “es por la forma”, “ya que uno estaba mirando hacia arriba y otro normal”, “porque es uno más voluminoso” o “porque no eran iguales por milímetros a simple vista”. Hay varios que pensaban que eran diferentes porque uno era agudo y otro obtuso, lo cual, se reflexiona sobre el concepto que tienen de los tipos de ángulos.

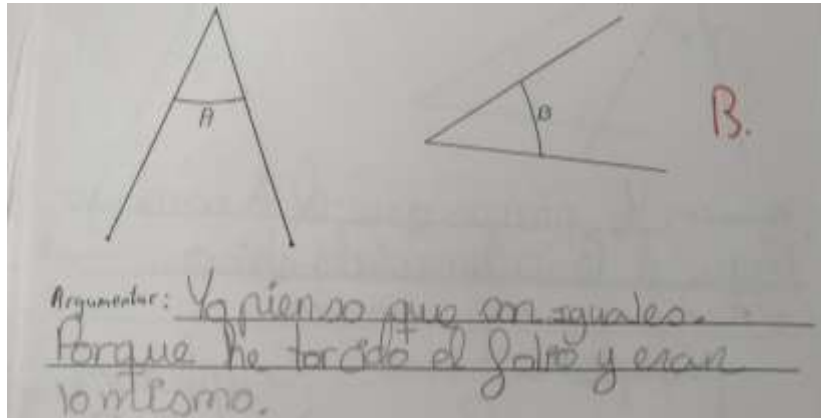


Ilustración 3 Explicación del segundo tipo

A pesar de la dificultad de las formas de los ángulos, en el tercer tipo, el grado de acierto subió a casi el 45% de alumnos. Piensan que ambos ángulos eran iguales a pesar de que la semirrecta de arriba como la mayoría comenta, le falte un trozo o un “cacho”, puesto que lo que se mide es el ángulo. Otros piensan que, aunque los ángulos están hechos para confundirlos, se parecen y por lo tanto son iguales. Por último, una alumna comenta que el lado superior A hace el mismo recorrido que el B y, además, lo prolonga con su lápiz para evitar confusiones y demostrar mejor la identidad entre ambos. Por el contrario, todos los alumnos coinciden en que una semirrecta, “raya” o lado está más corto que el otro, cortado o incompleto.

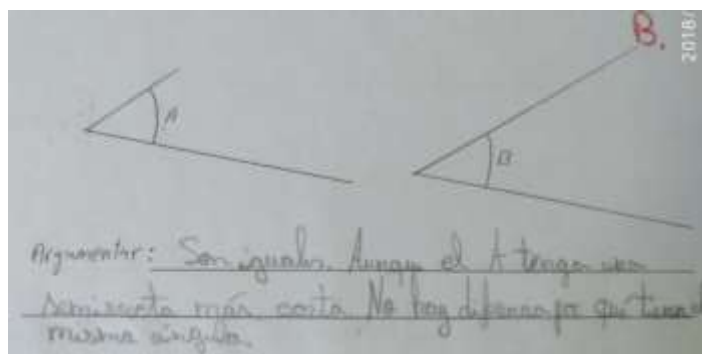


Ilustración 4 Explicación del tercer tipo

Por último, el cuarto tipo según los resultados es el más complicado de entender, puesto que tan solo cuatro personas acertaron, aunque varios alumnos no saben explicar el por qué y los otros dos coinciden en que daba igual el tamaño de las semirrectas. No obstante, el resto de alumnado fue confundido mayormente por el tamaño de las semirrectas, tal y como lo explican ellos, el B tiene los lados más cortos o pequeños que el A. Hay otros que utilizan el concepto de entero o lados cortados, refiriéndose a que el ángulo B está sin acabar y por tanto era más

pequeño. Además, también se fijan en la apertura, sin embargo, es la misma, solo que a simple vista el A parece ser más próximo y, por lo tanto, el ángulo más abierto que el ángulo B.

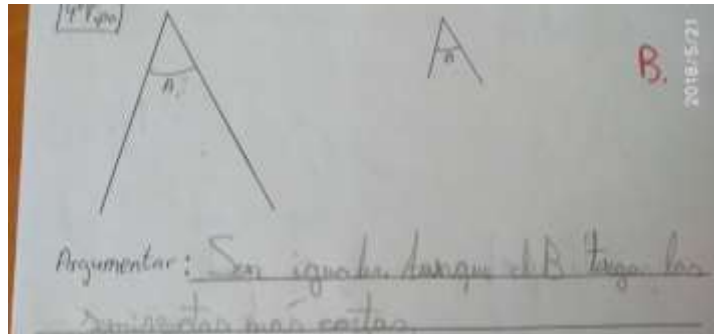


Ilustración 5 Explicación del cuarto tipo

6.2. Cuestionarios finales

6.2.1. ¿Qué es para ti un ángulo?

El mismo cuestionario es realizado el día posterior a la explicación, pues se pensó que la gran mayoría iba a definirlo sin complicaciones.

6.2.1.1. Resultados

Los resultados obtenidos son muy satisfactorios, ya que la gran mayoría sabe definir el concepto de ángulo, dependiendo de las capacidades de cada uno, con las palabras que se usaron en las explicaciones del día anterior. Por lo tanto, se consigue que un total de cuarenta alumnos asimile el concepto. Sin embargo, doce alumnos no mencionan correctamente los componentes del ángulo y, por lo tanto, tenían dificultades al intentar explicarlo. Por último, una persona no realiza el cuestionario.

Uno de los resultados más acercados es el siguiente:

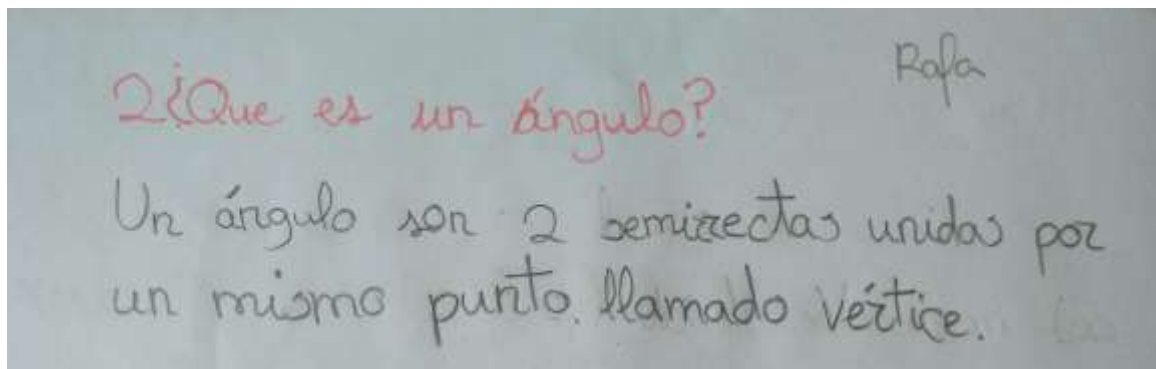


Ilustración 6 Explicación del ángulo tras la explicación

6.2.2. *Los problemas de los ángulos y sus variables*

6.2.2.1. *Resultados*

Este cuestionario no se hace en clase debido a la falta de tiempo. Por lo tanto, se realiza una explicación muy detallada de por qué son los ángulos iguales en cada variable con la ayuda del Geogebra³. Así pues, de manera global en el aula, ya que se pensó que la mejor manera de despejar las dudas, se utilizó el Geogebra tal y como se explica en el apartado [Viernes día 13 de abril](#)

7. Significado implementado

El tema relacionado con los ángulos se llevó a cabo en las dos primeras semanas de abril. Los temas geométricos suelen darse en los dos últimos meses de colegio que coinciden a su vez con la fatiga que arrastra el alumnado, la falta de tiempo que tiene el profesorado para su explicación y la complejidad que tienen los temas citados. No se emplearon más de diez sesiones de cuarenta y cinco minutos en explicar los diferentes tipos de recta, el ángulo y sus tipos y la medición del mismo. A continuación, se detalla el contenido que se ha ido explicando:

7.1. Lunes, 2 de abril

Relacionando la tarea anterior con las ideas previas del ángulo, se utilizó las “esquinas” que genera el símbolo QR para que el alumnado, con su conocimiento, dijese que concepto o idea veían en él. La mayoría dijo un cuadrado, otros un pico y la minoría, formada por algún que otro alumno de altas capacidades, contestó que veía un ángulo, más concretamente un ángulo recto.



Posteriormente y una vez dado por buena la respuesta, los demás compañeros pidieron el turno de palabra sobresaltados para comunicar que también sabían sobre ese tema, diciendo pues, los tipos de ángulos que sabían. A continuación, y antes de que estropearan la planificación, se repartió un folio en blanco para que pusieran todo lo que sabían acerca del concepto del ángulo, para saber las ideas previas según el EOS. Como ya se ha podido observar en el apartado anterior, había una disparidad en los resultados, que era muy común.

³ <https://www.geogebra.org/>

7.2. Martes, 3 de abril

Al siguiente día y una vez corregidas las ideas previas que habían entregado, se comenzó la clase con la explicación de los tipos de rectas para posteriormente, definir el concepto de ángulo. Se comentó que una vez corregidos sus conocimientos acerca del ángulo, había mucha diferencia entre unas definiciones y otras; por lo tanto, se aclararían esas dudas para que todos tuvieran una idea del concepto ángulo uniforme y correcta. Para ello, antes de explicar tal cual que es un ángulo, se pidió ayuda y se preguntó si alguien podría ayudar y decir los componentes del ángulo. Hubo un alumno que contestó que eran los lados y el vértice; sin embargo, otra alumna le completó diciendo que también era el ángulo. Para hacer la clase lo más activa y entretenida posible, tal y como se muestra en la idoneidad emocional y mediacional, se pretendió que el alumno respondiera a las preguntas planteadas y dibujase en la pizarra la respuesta. Así pues, el grado de participación fue incrementado, puesto que a cualquier alumno le encanta salir a la pizarra. Una vez que tenían dibujado el ángulo en la pizarra, se explicó cómo se formaban los lados. Para ello, siguió el turno de preguntas para que comentasen la diferencia entre recta, semirrecta y segmento.

Se empezó por la recta, la cual se iba haciendo una serie de preguntas, tales como: “¿se puede medir una recta?” para que con sus respuestas construyesen su propio aprendizaje. Ahí, salió el concepto de infinito; por lo tanto, con un poco de ayuda llegaron a definir la recta como “una línea recta infinita; es decir, no tiene ni principio ni fin”.

A continuación, se preguntó qué era un segmento, a lo que contestaron de manera inmediata “una parte de...”. Viendo que no sabían cómo explicarlo, se puso un ejemplo que les ayudó a completar la definición. Posteriormente, se preguntó si se podía medir el segmento en comparación con la recta, a lo que contestaron que sí, porque era más corto. Por lo tanto, definieron el segmento como “parte de una recta que tiene principio y fin” que, a diferencia de la recta, si se podía medir.

Por último y el concepto más importante ya que servía para dar el concepto de ángulo, era la semirrecta. Se comentó que había otro tipo de recta, a lo que respondieron que eran las rectas que se cortaban que se llamaban perpendiculares, por lo tanto, les dibujé una recta r que se cortaba perpendicularmente con una recta s y generaban un punto. Una vez que estaba el dibujo realizado, se borró dos de las cuatro semirrectas que formaban las dos rectas secantes y se les preguntó que qué tenían ahí. Además, se formuló la pregunta de si se podía medir, donde

los más ingeniosos contestaron que tenía un principio, pero no tenían final. Definieron la semirrecta como “una línea recta que tiene principio, pero no tiene fin”.

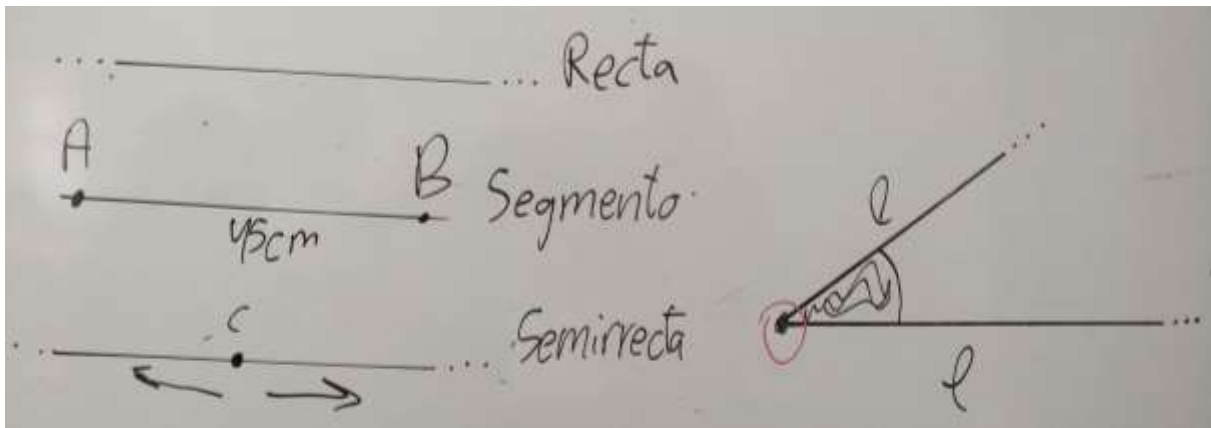


Figura 7 Explicación de los tipos de líneas rectas

Una vez explicados los tipos de líneas rectas, utilizando el ángulo agudo que previamente había dibujado uno de los alumnos se preguntó qué componentes tenía el ángulo. Contestaron ahora sí, dos semirrectas que se “chocan” y un vértice. Fue entonces, cuando se les pasó el cuestionario otra vez, para que escribiesen por detrás del folio que era para ellos un ángulo.

7.3. Miércoles, 4 de abril

Este día se utilizó para recordar los conceptos que los días anteriores habían aprendido y reforzar el aprendizaje. Los conceptos más abstractos para ellos fueron los referidos a la diferencia entre recta, semirrecta y segmento; pero eran de vital importancia para entender el concepto de ángulo. Cuando la mayoría de la clase había afianzado dichos conceptos, explicados tanto oralmente como por medio de la ilustración, se avanzó con el ángulo.

Una vez repasado los conceptos previamente mencionados, formaron un ángulo cuyo principio era el vértice y de este, trazaron dos semirrectas formando un ángulo. Así pues, una vez tenían el ángulo, se formuló las siguientes preguntas: ¿Cómo se mide este ángulo? y ¿Cuánto mide este ángulo? A lo que contestaron con el transportador, que era la herramienta que se había utilizado esos días en las explicaciones, pero sin que ellos supieran para que servía concretamente. Con el ángulo en la pizarra, salieron varios de los alumnos para intentar medirlo sin éxito alguno. Por lo tanto, se les dio una pista que les sirvió lo suficiente para la medición. Para ello, se les explicó que debían hacer coincidir el vértice del transportador con el vértice del dibujo. A continuación, ellos solos hicieron coincidir la semirrecta del transportador con la

del dibujo. Posteriormente, surgió otro problema ya que en el transportador marcaba dos ángulos. Para diferenciar uno de otro, se utilizó el concepto de ángulo suplementario, para ello, se prolongó una de las semirrectas hacia el otro sentido y se construyó un ángulo llano tal y como aparece en la siguiente figura.

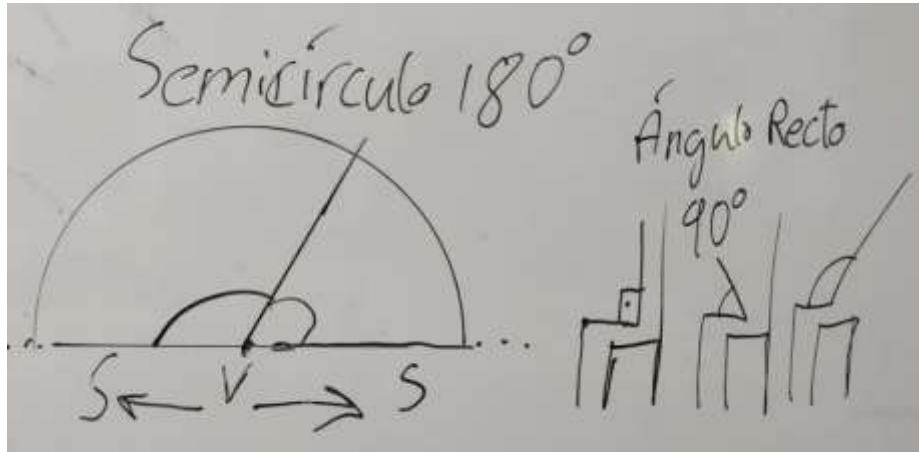


Figura 8 Medida de ángulos respecto un ángulo llano

Como previamente habían estudiado la medida en las líneas rectas, se les explicó la diferencia entre esas medidas y las circulares, de ahí que se utilizasen los grados en vez de los centímetros como por ejemplo se mide en el segmento. Y para terminar la clase, se les mandó una serie de mediciones para hacer en casa.

Ese mismo día, nada más terminar la sesión y cambiar de clase se pudo observar hasta qué punto puede llegar la curiosidad de un alumno que le ha gustado el tema y se ha enterado en clase; puesto que, ese alumno que además tiene problemas cognitivos le estaba explicando a otro como se formaba el ángulo, como se observa en la ilustración.



Ilustración 7 Curiosidad del alumnado

Utilizando pues, la goma como si fuera un vértice y los lápices como si fueran semirrectas infinitas. A continuación, le dijo lo que media ese ángulo y el tipo que era según se había explicado en clase.

7.4. Jueves, 5 de abril

Se empezó la clase con la corrección de los ejercicios que se les envió, de manera conjunta en la pizarra, puesto que se observó algunos cuadernos y seguían teniendo problemas con respecto a la elección del número que marcaba el transportador de ángulos. Por eso, además de enumerar paso a paso la construcción de un ángulo, se les explicó que la numeración del transportador era doble puesto que se podía crear un ángulo tanto por la izquierda como por la derecha como aparecen en la siguiente ilustración.

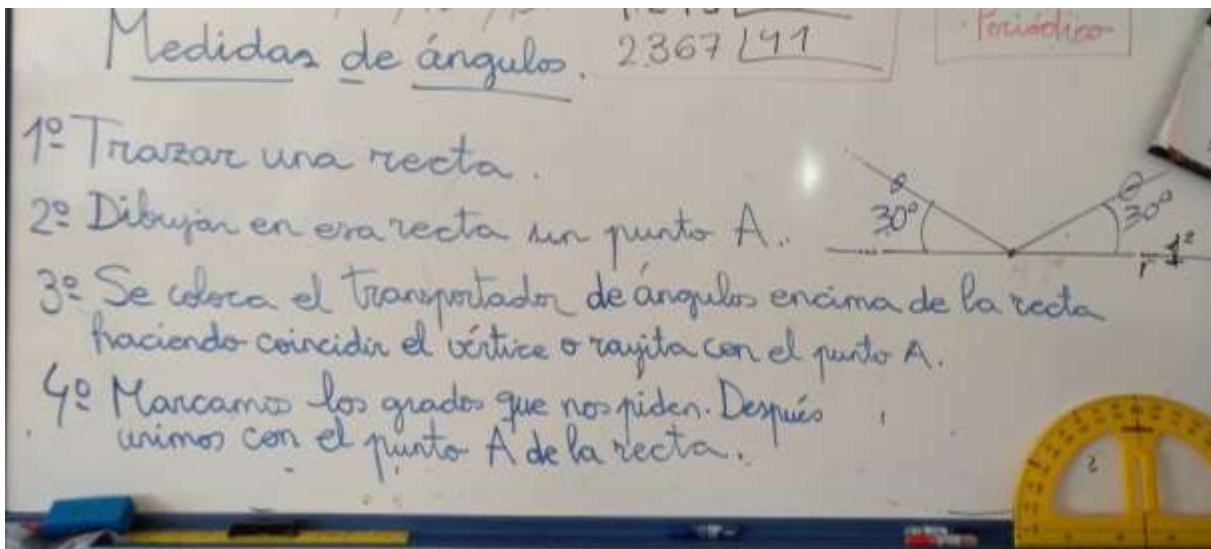


Ilustración 8 Instrucciones de cómo medir un ángulo

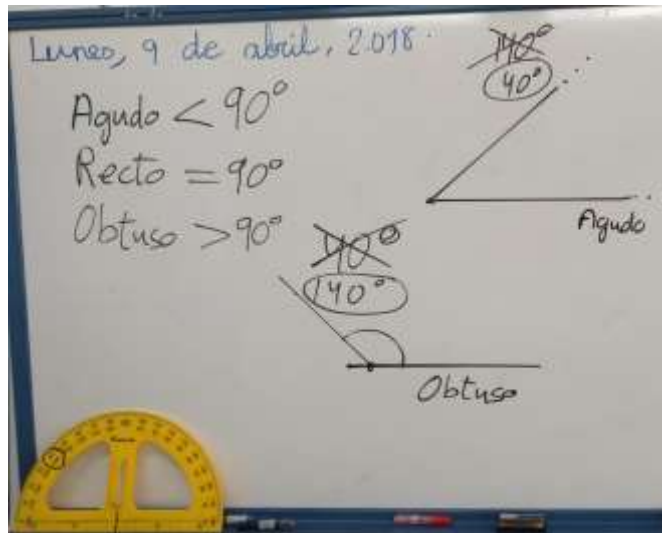
Al usar solo una sesión de 45 minutos, no dio tiempo a más puesto que se envió copiar en su cuaderno las instrucciones y hacer otros cuatro ángulos.

7.5. Viernes, 6 de abril

Este día se quiso pasar el cuestionario de *Los problemas de los ángulos y sus variables*, pero al corregir los ejercicios, se observó que aún seguían teniendo bastantes problemas con la medición y seguían los errores. Para intentar solucionar el error se les propuso que no le hicieran caso a una de las mediciones del transportador, más concretamente a la del interior para que solo quedase una y evitar confusiones. Surgió efecto a la hora de crear ángulos, pero vinieron los problemas cuando tenían que medirlos, puesto que cada numeración del transportador era distinta, por lo que debían de utilizar a veces la interior y otras la exterior como era lógico.

7.6. Lunes, 9 de abril

Tras un fin de semana de reflexión sobre cómo explicar la medición de tal manera que lo entendieran y sin suprimir alguna de las numeraciones se ocurrió una idea. Como ya sabían diferenciar los tipos de ángulos, la explicación se basó en ello. Como muestra la ilustración posterior, la numeración del transportador muestra un ángulo y su complementario. Así pues, para diferenciarlo, los alumnos deberían de visualizar el ángulo de manera ostensiva para determinar si es menor de 90° y por lo tanto agudo o si, por el contrario, es mayor de 90° y entonces sería obtuso. Por último, se mandaron ejercicios para repasar en casa.



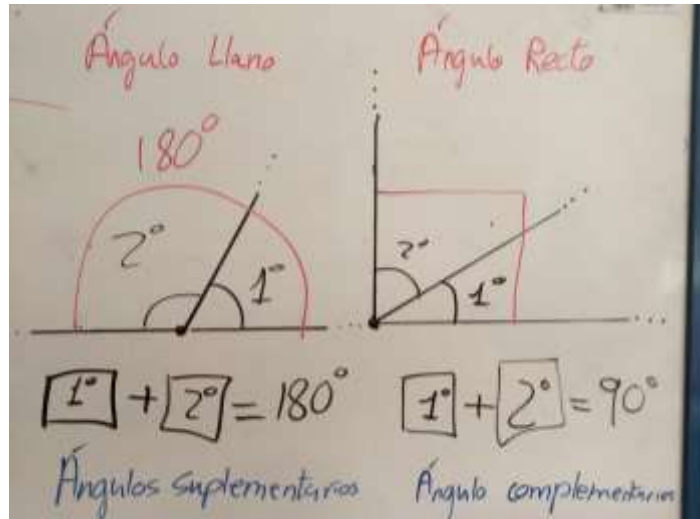


Ilustración 10 Suma de dos ángulos conjuntos

7.8. Jueves, 12 de abril

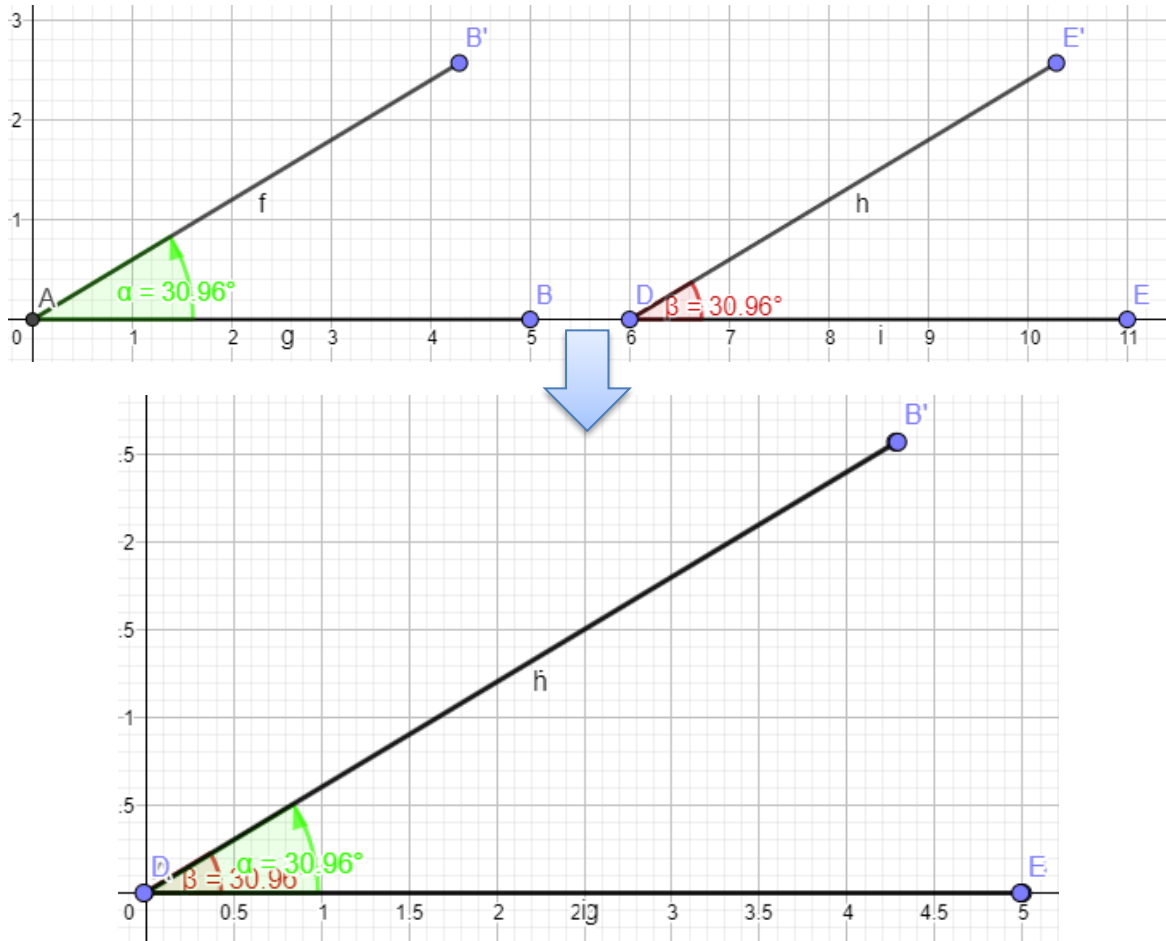
La sesión entera se dedicó a la realización del cuestionario *Los problemas de los ángulos y sus variables*. A pesar del conocimiento previo respecto a los ángulos, fue una prueba bastante compleja para ellos; no obstante, fue de gran ayuda para la posterior corrección y para mejorar el conocimiento del alumnado.

7.9. Viernes, 13 de abril

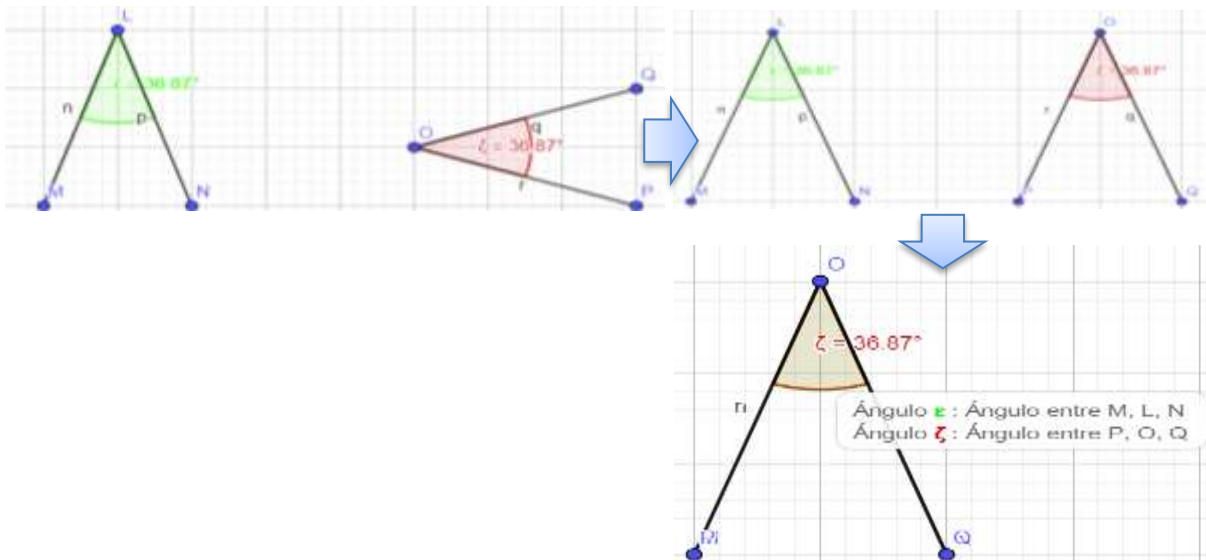
Una vez revisados los cuestionarios y corregidos, se utilizó el geogebra para la corrección en la clase. Los alumnos además de quedarse alucinados con dicho programa, aprendieron mucho más que en la pizarra, puesto que con la buena utilización del programa generó unos resultados inmejorables.

Para comenzar se les comentó que había diferentes opiniones y que con dicha explicación se les despejarían algunas de las dudas con las explicaciones anteriores. Se iban a resolver los problemas que ellos tenían de manera oral y conjunta en clase. Por lo tanto, el cuestionario final no se realizó ya que se explicó sobre la marcha en clase los errores que tuvieron.

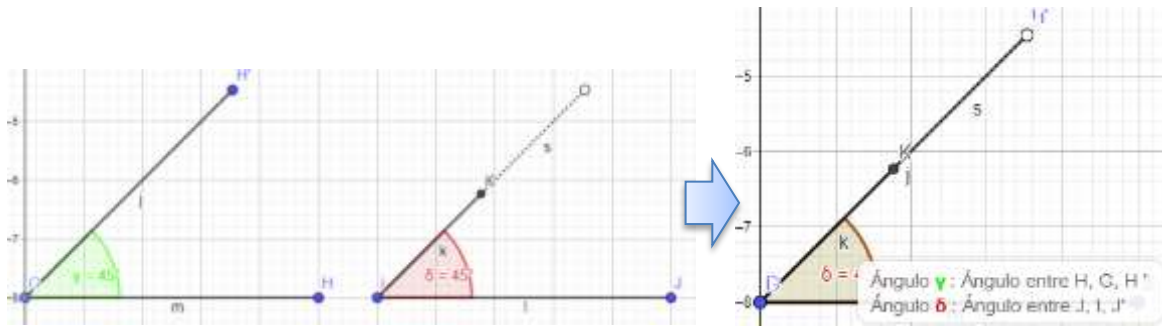
En el primer tipo de variable se les ilustró los ángulos $\widehat{BAB'}$ y $\widehat{EDE'}$ y se dieron cuenta que al trasladar el segundo ángulo y unir sus vertices generaban el mismo ángulo como se muestra en las siguientes ilustraciones:



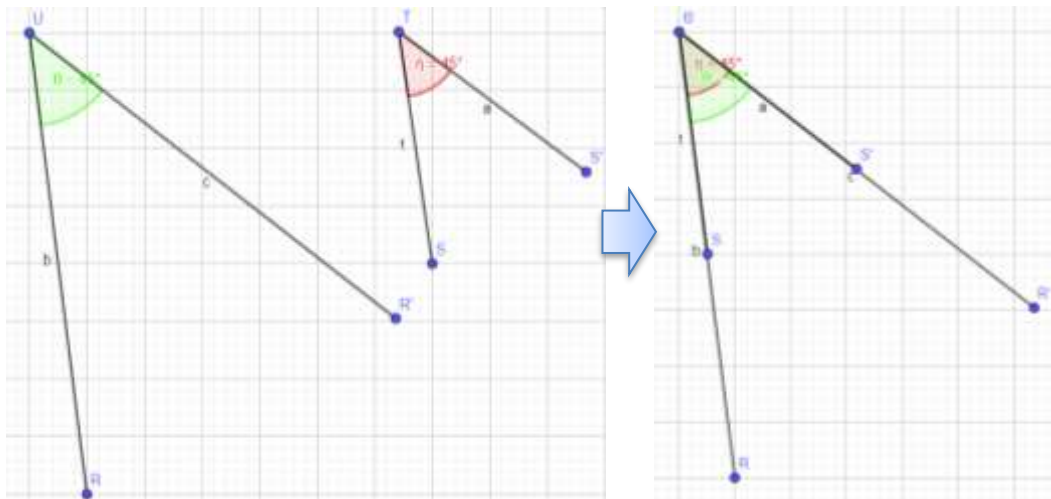
En el segundo tipo de variable referente a la posición, se hizo una rotación de 90° en sentido horario para posteriormente trasladar el ángulo \widehat{QOP} haciendolo coincidir con el ángulo \widehat{MLN} . Los alumnos se dieron cuenta que eran identicos nada más hacer la rotación y ver que ambos, a simple vista, se parecian mucho como dijeron.



A continuación, en el tercer tipo se les construyó el ángulo $\widehat{HGH'}$ y el ángulo \widehat{JIK} , siendo K el punto intermedio del segmento $\overline{GH'}$ y, por lo tanto, representar una semirrecta más corta que otra. Para que posteriormente, al trasladar el ángulo de la derecha y haciéndolo coincidir con el ángulo izquierdo, vieran que la longitud a la hora de representar las semirrectas, no variaba el ángulo.



Por último, se les explicó el cuarto tipo, en el folio de la prueba se apreciaba mejor la diferencia de tamaño de las semirrectas de los ángulos; sin embargo, se puede observar a simple vista que si se une el vértice U y el vértice T y se hace coincidir una de las dos semirrectas, se observa que la otra coincidiría también. Por lo tanto, se deduce que $b \parallel t$ y $c \parallel a$.



8. Plan de mejora

Una vez realizado el análisis y la explicación de los ángulos en el trabajo, se aportarán algunas propuestas para mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje en la escuela, y más concretamente en el aula o en los contenidos del libro.

En primer lugar, los temas que están relacionados con la geometría son temas muy complejos para la mayoría del profesorado, de tal manera que dicha abstracción se refleja en las explicaciones del docente y posteriormente, en los resultados académicos del alumnado. Por lo tanto, sería conveniente una buena formación por parte del profesorado para la realización de las explicaciones en las respectivas aulas.

Por otra parte, y muy relacionado con el anterior párrafo, los temas de geometría ocupan las últimas páginas del libro de texto, esto quiere decir, que, si un profesor se centra en su programación y no trabaja por competencias, probablemente no le dé tiempo a explicar todo el temario. Entonces, el alumnado no tendría dicho conocimiento y por consiguiente año tras año acumularía su desconocimiento con respecto al tema. Para evitar dicha lacra, las editoriales podrían modificar el temario y por consiguiente avanzar los temas que conciernen a la geometría para que cualquier docente explique dichos temas.

Además, el conocimiento geométrico es un tema muy abstracto y, por lo tanto, requiere una visión espacial más desarrollada que en el resto. Así pues, el alumnado ha de ser enseñado con instrumentos y herramientas que usen en su vida cotidiana. Pues acercando el conocimiento lo máximo posible al entorno del niño mejoraremos el aprendizaje mucho más que con las figuras e imágenes que nos muestran los libros. Tal y como se muestra en las ilustraciones a continuación:



Ilustración 11 Actividad lúdica del entorno que les rodea

Por último y bajo mi punto de vista el más importante, se debe de enseñar al alumnado por medio del juego, que es una herramienta fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Ya que el alumnado relaciona el tema a estudiar con el juego y el aprendizaje del alumnado es mucho más rico en contenido y entretenido. Las páginas web de los colegios C.P.

Bretón de los Herreros⁴ o el edliLim Pablo de Olavide⁵ pueden ser de gran utilidad. Así como las actividades que plantea Grence (2015) en su libro de plan de mejora adjuntadas en anexos.

9. Conclusiones

A pesar de los resultados que se han extraído en el primer cuestionario y por tanto obtener las ideas previas del alumnado, la evolución ha sido muy efectiva puesto que conforme se iban desarrollando las clases, el alumnado iba mejorando la adquisición del contenido. De ahí que el ángulo haya seguido utilizado para futuras tareas/actividades que han surgido posteriormente.

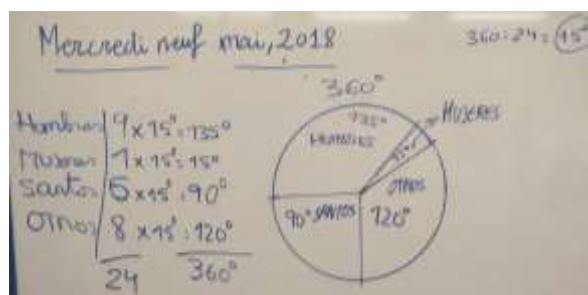


Ilustración 12 Gráfico de sectores

Con respecto a la comparativa de clases en el primer cuestionario, hay un dato muy significativo que me hizo reflexionar. Puesto que en la clase de 4ºA hubo más de un 90% de acierto; sin embargo, en 4ºB tan solo el 55% acertó al definir el concepto. Teniendo pues, casi a la mitad de la clase sin saber definir bien el concepto. Dicho resultado, me sirvió no solo para saber el nivel de atención e inteligencia en cada clase; puesto que había explicado lo mismo en ambas, si no también, para realizar una breve explicación el día siguiente y despejar las posibles dudas de aquellos alumnos que hubiesen tenido problemas para definir el concepto.

Por último, se ha utilizado el concepto de las idoneidades didácticas de Godino, Batanero y Font (2017) para que la tutora del Practicum II me evaluara las explicaciones del temario que se llevó a cabo en el aula. La tutora fue previamente informada del contenido y de cómo se evaluaba en la diana de evaluación que se adjuntará en anexos.

⁴http://www.clarionweb.es/4_curso/matemáticas/mat_406.htm

⁵http://www.polavide.es/rec_polavide0708/edilim/SumaRestaAngulos/Sumayrestadeangulos.html

10. Referencias Bibliográficas

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.

Del Amo, I. *Lineas rectas*. Smartik. Recuperado de: <https://www.smartick.es/blog/matematicas/recursos-didacticos/lineas-rectas/>

Domingo, J. y Pérez, M. (2015). *Aprendiendo a enseñar. Manual práctico de Didáctica*. Madrid, España: Pirámide.

Alsina, C. Burgués, C. y Fortuny, J.M. (1987) *Invitación a la didáctica de la geometría*. Barcelona, España: Síntesis.

Contreras, A. (2017) *Tema 1. La geometría como disciplina científica*. Universidad de Jaén

Pérez, M. (2014) *Capítulo-1 Origen y objeto de estudio de la didáctica*. Universidad de Jaén

Geogebra. Enlace: <https://www.geogebra.org/>

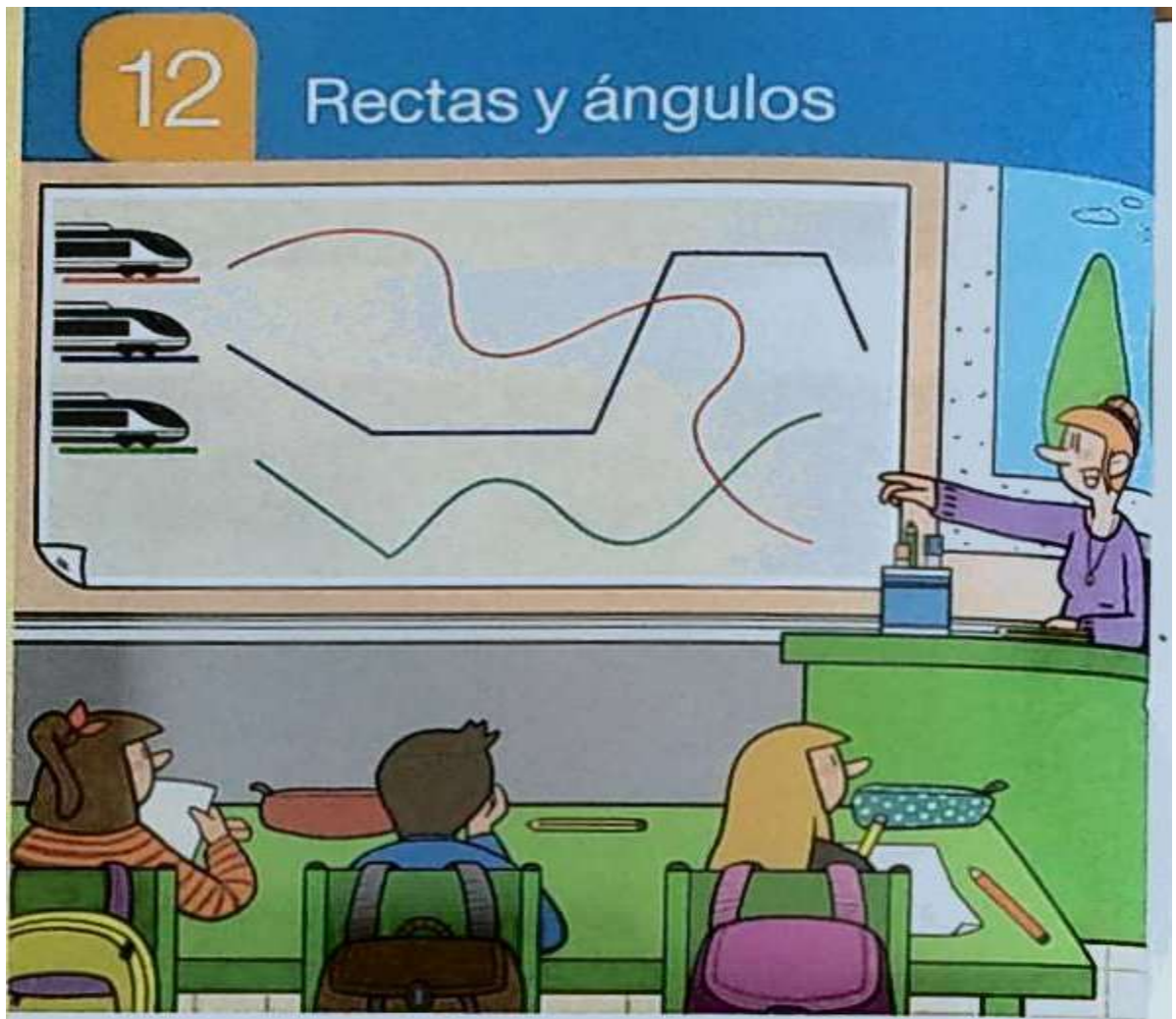
Anónimo (2011) *¿Qué es la percepción espacial?*, *CogniFit*. Recuperado de: <https://www.cognifit.com/es/habilidad-cognitiva/percepcion-espacial>

Coberán, R.M. Corberán, S. (1989) *Didáctica de la geometría: modelo Van Hiele*. Universidad de Valencia, España: Educació

Grence, T. (2015) *Plan de Mejora. Programa de ampliación Matemáticas 4*. Madrid, España: Santillana Proyecto Saber Hacer. Recuperado de: https://mimundopedagogicoblog.files.wordpress.com/2015/12/plan_de_mejora_programa_ampliacion_mates4.pdf

Grence, T. (2015) *Matemáticas 4º Primaria*. Madrid, España: Santillana Proyecto Saber Hacer.

11. Anexos




12 Rectas y ángulos

Mirando el plano del tren

Hoy la profesora ha llevado a clase un plano con el recorrido que hacen algunos trenes de la ciudad, y pide a sus alumnos que se fijen en la forma de las líneas de cada camino.

-El camino del tren rojo es una línea curva -dice Lorena.

-¡Muy bien! -dice la profesora-. Y ¿cómo describiríais el camino que sigue el tren azul? ¿Y el que sigue el tren verde?



172

Lee, comprende y razona

- 1 ¿Qué camino está formado solo por segmentos? ¿Cuántos segmentos lo forman?
- 2 ¿Qué camino está formado por un segmento y una línea curva?
- 3 ¿Qué camino tiene dos tramos paralelos? ¿Qué caminos se cortan en un punto?
- 4 **EXPRESIÓN ORAL.** Explica cómo has averiguado el camino que tiene dos tramos paralelos.

Inteligencia lingüística

SABER HACER

TAREA FINAL

Trabajar con ángulos en los deportes
Al final de la unidad trabajarás con ángulos en los deportes. Antes, estudiarás las rectas y los ángulos.

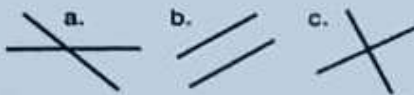
¿Qué sabes ya?

Rectas y ángulos (elementos y tipos)

- Las rectas **paralelas** no se cortan.
- Las rectas **secantes** se cortan en un punto y forman cuatro ángulos.
- Las rectas **perpendiculares** son rectas secantes que, al cortarse, forman cuatro ángulos rectos.



1 Calca estas rectas y escribe debajo cómo son.



2 Usa la escuadra y escribe qué tipo de ángulo es. Señala el vértice y los lados de cada ángulo.



Medida de ángulos

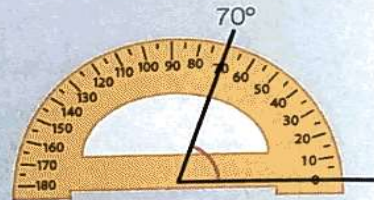
Para medir ángulos utilizamos el transportador.
La medida de un ángulo se expresa en grados.

1 grado se escribe así: 1°

Observa cómo se mide un ángulo con el transportador:

1.º Coloca el transportador de forma que su centro coincida con el vértice del ángulo y uno de los lados del ángulo pase por 0° .

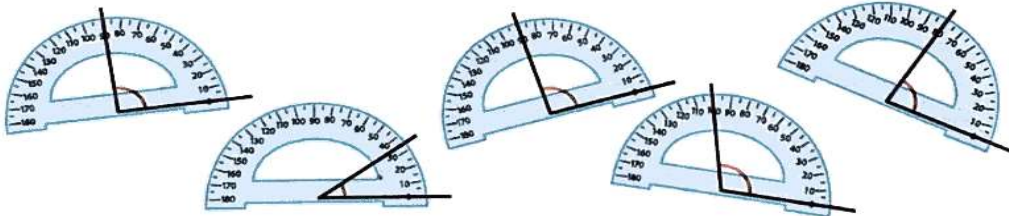
2.º Mira en el transportador el número por el que pasa el otro lado del ángulo. Ese número es su medida en grados.



El ángulo rojo mide 70 grados ► Mide 70° .

La medida de un ángulo se expresa en grados y se mide con el transportador.

1 Observa los ángulos y contesta.

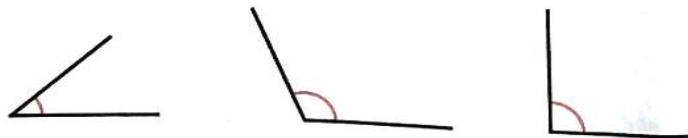


- ¿Cuántos ángulos rectos hay? ¿Cuántos grados mide cada uno?
- ¿Cuántos ángulos agudos hay? ¿Cuántos grados mide cada uno?
- ¿Cuántos grados mide el ángulo obtuso?

2 Mide con el transportador y escribe la medida de cada ángulo.

PRESTA ATENCIÓN

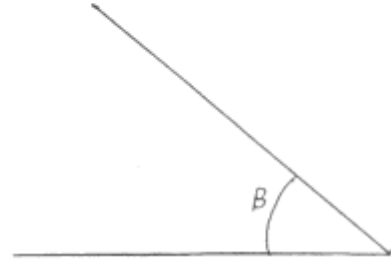
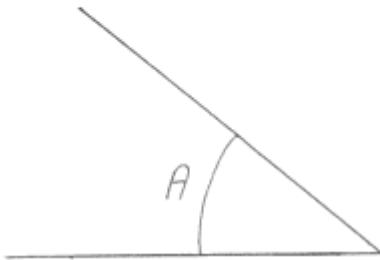
Si lo necesitas,
prolonga los lados.



Nombre y apellidos: _____ Curso: _____

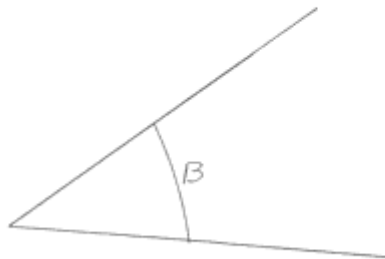
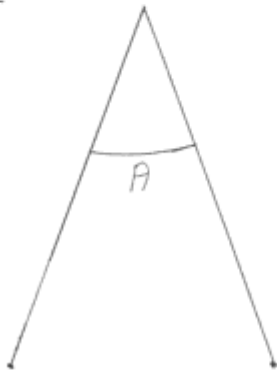
1º Señala el mayor ángulo y argumenta tu respuesta.

1º Tipo



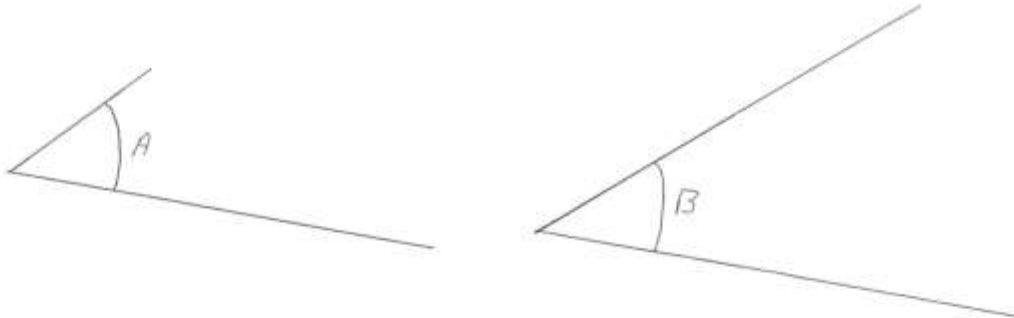
Argumentar: _____

2º Tipo



Argumentar: _____

3º Tipo



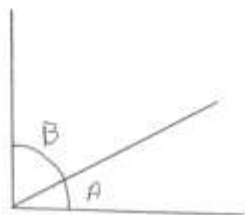
Argumentar: _____

4º Tipo



Argumentar: _____

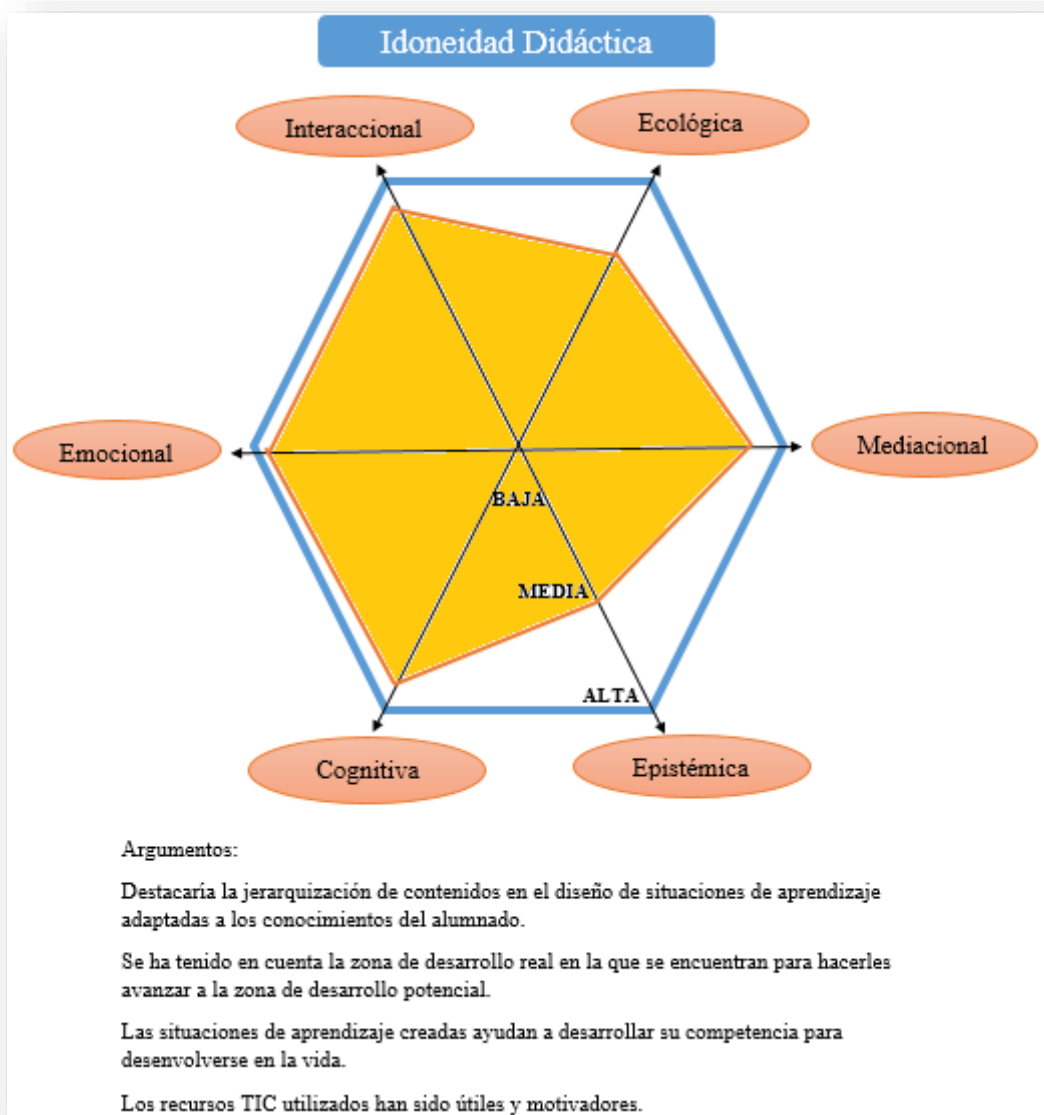
2º Ponle nombre al dibujo correspondiente



A+B: _____



C+D: _____


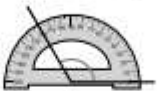


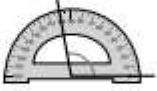



12 El transportador PLAN DE MEJORA Ficha 37




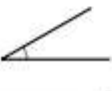


Nombre _____ Fecha _____

RECUERDA
La medida de un ángulo se expresa en **grados** y se mide con el **transportador**.

1 Escribe cuántos grados mide cada uno de los siguientes ángulos.

 _____ grados	 _____ grados	 _____ grados
 _____ grados	 _____ grados	 _____ grados

2 Mide con un transportador y escribe la medida en grados de cada ángulo.

 _____ grados	 _____ grados	 _____ grados
 _____ grados	 _____ grados	 _____ grados

44 Matemáticas 4 Material fotocopiable © 2015 Santillana Educación, S. L.

12

Clasificación de ángulos


PLAN DE MEJORA Ficha 38

Nombre _____ Fecha _____


RECUERDA

- Un ángulo **recto** mide **90°**.
- Un ángulo **agudo** mide **menos de 90°**.
- Un ángulo **obtuso** mide **más de 90°**.


1 Mide con un transportador y escribe cuántos grados mide y qué tipo de ángulo es.



Mide _____ grados.
Ángulo _____



Mide _____ grados.
Ángulo _____



Mide _____ grados.
Ángulo _____

2 Observa la siguiente figura y repasa según la clave.

rojo

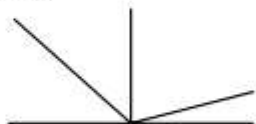
azul

verde

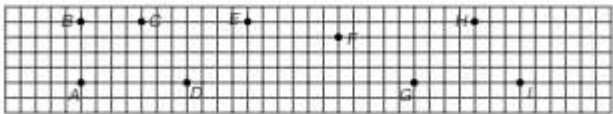
dos ángulos rectos.

dos ángulos agudos.

dos ángulos obtusos.



3 Sigue las instrucciones y averigua el ángulo que se forma en cada caso. Después, completa.



- Al unir el punto A con B y este con C, se forma un ángulo: _____
- Al unir el punto D con E y este con F, se forma un ángulo: _____
- Al unir el punto G con H y este con I, se forma un ángulo: _____

Materia: Matemáticas © 2016 Santillana Educación, S. L.

Matemáticas 4 45